VINA 3 – BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 7

GIÁO VIÊN: NGUYỄN THÀNH LONG

TÌM CƠ SỐ, THÀNH PHẦN CỦA CƠ SỐ TRONG LŨY THỪA – ĐÁP ÁN

____www.vinastudy.vn____

Bài 1. Tìm x biết rằng:

a) $(3x - 2)^3 = 64$ b) $(3x - 3)^2 = 36$

Phương pháp giải

Đối với những bài toán dạng này, học sinh chỉ cần nắm vững kiến thức cơ bản là có thể dễ dàng làm được.

Lưu ý đối với câu a) biểu thức có số mũ lẻ thì ta áp dụng công thức tổng quát: $A^{2n+1} = B^{2n+1} \Leftrightarrow A = B$

a) $(3x - 2)^3 = 64$

$\Leftrightarrow (3x - 2)^3 = 4^3$

$\Leftrightarrow 3x - 2 = 4$

$\Leftrightarrow 3x = 4 + 2$

$\Leftrightarrow 3x = 6$

$\Leftrightarrow x = 2$

Vậy x = 2

Còn đối với câu b) thì biểu thức có số mũ chẵn nên ta áp dụng công thức tổng quát: $A^{2n} = B^{2n} \Leftrightarrow A = B$ hoặc $A = -B$

b) $(3x - 3)^2 = 36 \Leftrightarrow (3x - 3)^2 = (-6)^2 = 6^2$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x-3=6 \\ 3x-3=-6 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x=9 \\ 3x=-3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=-1 \end{array}\right.$$

Vậy x = 3 hoặc x = -1

Bài 2. Tìm x, y biết:

a) a) $(x-2)^2 = 9$ b) $y^{2008} = y^{2010}$

Hướng dẫn giải

a) $(x-2)^2 = 9$

$\Leftrightarrow (x-2)^2 = 3^2$ hoặc $(x-2)^2 = (-3)^2$

$\Leftrightarrow x-2 = 3$ hoặc $x-2 = -3$

$\Leftrightarrow x = 5$ hoặc $x = -1$

Vậy x = 5 hoặc x = -1

b) $y^{2008} = y^{2010}$

$\Leftrightarrow y^{2008}(y^2 - 1) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y^{2008}=0 \\ y^2-1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=0 \\ y^2=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=0 \\ y=1 \\ y=-1 \end{array}\right.$$

Vậy y = -1, 0, 1

Bài 3. Tìm số hữu tỉ x biết: $8x^2 = x^5$

Phương pháp giải

Nếu ở bài 1 học sinh làm thấy nhẹ nhàng thì đến bài 2 này không tránh khỏi băn khoăn, lúng túng: 2 lũy thừa đã cùng cơ số chưa biết, số mũ đã biết lại khác nhau. Vậy

phải làm cách nào đây? Nhiều học sinh sẽ "tìm mò" được 1 đáp án là x = 0 nhưng cách này sẽ không thuyết phục lắm bởi biết đâu còn số x thỏa mãn đề bài thì sao ?

Giáo viên có thể gợi ý:

$8x^2 = x^5 \Leftrightarrow x^5 - 8x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2.(x^3 - 8) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 = 0 \\ x^3 - 8 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^3 = 8 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^3 = 2^3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$$

Vậy x = 0 hoặc x = 2

Đến đây giáo viên có thể cho học sinh làm bài tập sau:

Bài 4. Tìm số hữu tỉ y biết: $(5y - 10)^{10} = (5y - 10)^{20}$ (*)

Phương pháp giải

Hướng dẫn: Đặt 5y – 10 = x. Khi đó (*) trở thành: $x^{10} = x^{20}$

Giải tương tự bài 2 ở trên ta được: $\left[\begin{array}{l} x^{10} = 0 \\ x^{10} - 1 = 0 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^{10} = 1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{array}\right.$

Rất có thể học sinh dừng lại ở đây, vì đã tìm được x. Nhưng đề bài yêu cầu tìm y nên ta phải nhớ thay trở lại điều kiện đặt để tìm y.

- Với x = 0 ta có : 5y -10 = 0 ⇔ 5y = 10 ⇔ y = 2
- Với x = 1 ta có : 5y -10 = 1 ⇔ 5y = 11 ⇔ y = $\frac{11}{5}$
- Với x = -1 ta có : 5y – 10 = -1 ⇔ 5y = 9 ⇔ y = $\frac{9}{5}$

Vậy y = $\frac{11}{5}$; $\frac{9}{5}$; 2

Bài 5. Tìm x biết: $(2x - 6)^2 = (4 - 3x)^2$

Phương pháp giải

Bài này ngược với bài trên, hai lũy thừa đã có số mũ đã biết giống nhau nhưng cơ số chưa biết lại khác nhau. Lúc này ta cần sử dụng tính chất: bình phương của hai lũy thừa bằng nhau khi hai cơ số bằng nhau hoặc đối nhau.

Ta có: $(2x - 6)^2 = (4 – 3x)^2$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x-6=4-3x \\ 2x-6=-(4-3x) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x-6=4-3x \\ 2x-6=3x-4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5x=10 \\ x=-2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-2 \end{array}\right.$$

Vậy x=2 hoặc x= -2

Bài 6. Tìm x biết: $(3x – 2)^2 = (2x)^2$

Hướng dẫn giải

Ta có:

$(3x-2)^2 = (2x)^2$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x-2=2x \\ 3x-2=-2x \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ 5x=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=\frac{5}{2} \end{array}\right.$$

Vậy x = 2 hoặc x = 5/2

Bài 7. Tìm y biết: $(12x - 6)^3 = (9x +6)^3$

Hướng dẫn giải

Ta có: $(12x - 6)^3 = (9x +6)^3$

$\Leftrightarrow 12x – 6 = 9x +6$

$\Leftrightarrow 3x = 12$

$\Leftrightarrow$ x=4

Vậy x = 4.

Bài 8. Tìm x và y biết: $(4x - 12)^{100} + (5y + 5)^{200} \leq 0$ (*)

Phương pháp giải

Với bài toán này, cơ số và số mũ của hai lũy thừa không giống nhau, lại phải tìm hai số x và y bên cạnh đó là dấu "$\leq$ ", thật là khó! Lúc này chỉ cần gợi ý nhỏ của giáo viên là các em có thể giải quyết được vấn đề: hãy so sánh $(4x - 12)^{100}$ và $(5y + 5)^{200}$ với 0.

Ta thấy: $(4x - 12)^{100} \geq 0, \forall x \in Q$

$(5y + 5)^{200} \geq 0, \forall x \in Q$

=> Biểu thức (*) chỉ có thể bằng 0, không thể nhỏ hơn 0.

Vậy: $(4x - 12)^{100} + (5y + 5)^{200} = 0$ khi

$(4x - 12)^{100} = (5y + 5)^{200} = 0$

=> $4x – 12 = 5y + 5 = 0$

$\Leftrightarrow$ x = 3 và y = -1

Vậy x = 3 và y = -1

Bài 9. Tìm a, b thỏa mãn:

$$(2a + 4)^2 + (3b + 9)^4 \leq 0$$

Hướng dẫn giải

$(2a + 4)^2 + (3b + 9)^4 \leq 0$

Ta thấy: $(2a + 4)^2 \geq 0, \forall a \in Q$

$(3b + 9)^4 \geq 0, \forall b \in Q$

$(2a + 4)^2 + (3b + 9)^4 \leq 0$

$\Leftrightarrow (2a + 4)^2 + (3b + 9)^4 = 0$

$\Leftrightarrow (2a + 4)^2 = (3b + 9)^4 = 0$

$\Leftrightarrow 2a + 4 = 3b + 9 = 0$

$\Leftrightarrow a = -2$ và $b = -3$

Vậy a = -2 và b = -3.

Bài 10. Tìm các số nguyên x và y sao cho: $(3x + 2)^2 + 2(2y - 3)^2 < 3$

Phương pháp giải

Học sinh sẽ nhận ra ngay: $(3x + 2)^2 \geq 0, \forall x \in Z$ (1)

$2(2y - 3)^2 \geq 0, \forall x \in Z$ (2)

Nhưng nảy sinh vấn đề ở " < 3 ", học sinh không biết làm thế nào. Giáo viên có thể gợi ý: Từ (1) và (2) suy ra, để: $(3x + 2)^2 + 2(2y - 3)^2 < 3$ thì chỉ có thể xảy ra những trường hợp sau:

- *Trường hợp 1*: $(3x + 2)^2 = 0$ và $(2y - 3)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{-2}{3} \\ y = \dfrac{3}{2} \end{cases}$
- *Trường hợp 2*: $(3x + 2)^2 = 0$ và $(2y - 3)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{-2}{3} \\ \left[\begin{array}{l} y = 2 \\ y = 1 \end{array}\right. \end{cases}$

• *Trường hợp 3*: $(3x + 2)^2 = 1$ và $(2y - 3)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = \dfrac{-1}{3} \end{array}\right. \\ y = \dfrac{3}{2} \end{cases}$

• *Trường hợp 4*: $(3x + 2)^2 = 1$ và $(2y - 3)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = \dfrac{-1}{3} \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} y = 1 \\ y = 2 \end{array}\right. \end{cases}$

Vậy ta có các giá trị tương ứng của x và y thỏa mãn đề bài là :

(-2/3; 3/2) ; (-2/3; 2 hoặc 1) ; (-1 hoặc -1/3; 3/2) ; (-1 hoặc -1/3; 1 hoặc 2)

Thật là một bài toán phức tạp! Nếu không cẩn thận sẽ xét thiếu trường hợp, bỏ sót những cặp giá trị của x và y thỏa mãn điều kiện đề bài.

VINASTUDY.VN