

VINA 3 – BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 6
GIÁO VIÊN: NGUYỄN THÀNH LONG
BÀI TOÁN VỀ TẬP HỢP (PHẦN 3) – ĐÁP ÁN

www.vinastudy.vn

Bài 1:

Cho tập hợp $M = \{0; 9; 18; 27; 36; 45\}$

Hãy tìm $a, b \in M$ sao cho phân số $\frac{a-b}{a+b}$ là số dương và nhỏ nhất.

Bài giải:

Để phân số trên là số dương và nhỏ nhất thì cần $a - b$ là số dương nhỏ nhất (từ đó $a > b$) và $a + b$ lớn nhất.

Xét tập hợp M ta thấy rằng hiệu nhỏ nhất giữa 2 số trong tập này là 9 và tổng lớn nhất của 2 số phân biệt trong tập M là: $36 + 45 = 81$

Từ đó ta cần tìm 2 số trong tập M có tổng 81 và hiệu là 9, suy ra hai số a và b cần tìm lần lượt là 36 và 45.

Suy nghĩ thêm một chút thì bài toán này “rất may mắn” khi có được luôn 2 số của tập hợp M với tổng là 81 và hiệu là 9.

Bởi vậy khi M thay đổi đôi chút như $S = \{0; 7; 18; 27; 36; 45\}$ thì không thể nào lập luận như trên.

Bởi vì khi đó hiệu dương nhỏ nhất giữa 2 phần tử của S là 6 nên không có 2 số nào trong tập hợp S có tổng lớn nhất và hiệu nhỏ nhất. Chính vì thế với đề bài mới như trên ta phải có phương pháp giải khác.

Bài 2:

Cho tập hợp $M = \{0; 7; 18; 27; 36; 45\}$.

Tìm $a, b \in M$ sao cho phân số $\frac{a-b}{a+b}$ là số dương và nhỏ nhất.

Bài giải:

Ta đặt: $k = \frac{a-b}{a+b}$ và thấy để k dương thì $a > b$.

Từ cách đặt ta có: $k(a+b) = a-b$

$$\Rightarrow (k + 1).b = a(1 - k) \quad (1)$$

Do các phần tử của M không âm nên vế trái của (1) không âm. Vậy $k \neq 1$ (2)

$$\text{Vì } k, b > 0 \Rightarrow 1 - k > 0 \Rightarrow k < 1$$

$$\text{Từ đó ta có: } \frac{a}{b} = \frac{1+k}{1-k} = \frac{2}{1-k} - 1$$

Bây giờ ta lập luận để tìm giá trị của k như sau:

+) Phân số $\frac{2}{1-k}$ có tử số và mẫu số đều là các số dương và tử số không đổi là 2

→ k nhỏ nhất nếu phân số này nhỏ nhất.

→ k nhỏ nhất thì $\frac{a}{b}$ nhỏ nhất ($a > b; b \neq 0$)

Như vậy ta có thể chỉ ra hai số a, b thích hợp dựa vào các phần tử của M.

Từ tập M ta so sánh các phân số sau: $\frac{18}{7}, \frac{27}{18}, \frac{36}{27}, \frac{45}{36}$

$$\Rightarrow a = 45; b = 36$$

*) Nếu $M = \{0; 9; 18; 27; 36; 45; 55\}$

So sánh các phân số $\frac{18}{9}, \frac{27}{18}, \frac{36}{27}, \frac{45}{36}, \frac{55}{45}$

$$\Rightarrow a = 45; b = 36$$

VINASTUDY.VN