VINA 3 – BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 6

GIÁO VIÊN: NGUYỄN HÙNG CƯỜNG

TỔNG CÁC CHỮ SỐ CỦA MỘT SỐ TỰ NHIÊN (PHẦN 2)

Bài 1: Đổi chỗ các chữ số của một số tự nhiên a, ta được số b gấp 4 lần số a. Chứng minh rằng: b chia hết cho 12.

Bài 2: Đổi chỗ các chữ số của một số tự nhiên x, ta được số y. Biết hiệu của x và y là một số gồm toàn chữ số 3. Tìm giá trị nhỏ nhất của n và tìm một cặp (x,y) thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Bài 3: Cho 2 số nguyên dương A, B đều có 2004 chữ số. Trong đó có 1000 chữ số 1, 800 chữ số 2, 200 chữ số 3 và 4 chữ số 4. Chứng minh rằng: trong 2 số A, B không thể có số này chia hết cho số kia.

Bài 4: Từ các chữ số 2,3,5,6,7,8 ta lập các số tự nhiên có 6 chữ số mà mỗi chữ số xuất hiện đúng 1 lần. Có tồn tại hay không 2 số chia hết cho nhau?

<u>**Lời giải**</u>

Bài 1:

Đổi chỗ các chữ số của số a ta được số b nên S(a)=S(b).

Do đó b-a chia hết cho 9 hay 3a chia hết cho 9 (vì b=4a).

Suy ra a chia hết cho 3

Mà b=4a nên b chia hết cho 12.

Bài 2:

Đổi chỗ các chữ số của số x ta được số y nên S(x)=S(y).

Do đó x-y chia hết cho 9 hay $\underbrace{33...3}_{n\,cs\,3} \vdots 9 \Rightarrow 3n \vdots 9 \Rightarrow n \vdots 3$.

Đến đây ta có $n \geq 3$.

Với n=3, ta chỉ ra được một cặp số (x,y) thỏa mãn yêu cầu bài toán, chẳng hạn x=925, y=592.

Bài 3:

Do vai trò của A, B như nhau nên ta có thể giả sử A>B và chứng minh A không chia hết cho B.

Thật vậy, giả sử A chia hết cho B, đặt A=kB.

Ta có: $\underbrace{11\ldots1}_{2004\text{ cs }1} < B < A < \underbrace{44\ldots4}_{2004\text{ cs }4} \Rightarrow 1 < \dfrac{A}{B} < 4.$

Do đó $1 < k < 4 \Rightarrow k \in \{2,3\}$.

Mặt khác, ta có S(A)=S(B)=1000x1+800x2+200x3+4x4=3216, là một số chia 9 dư 3

Do đó A, B đều chia 9 dư 3.

Đặt B=9m+3, ta có A=k(9m+3)=9mk+3k

Nếu k=2, ta có: A=18k+6, là số chia 9 dư 6

Nếu k=3, ta có: A=27k+9, là số chia hết cho 9

Tất cả các trường hợp trên đều không thỏa mãn điều kiện A chia 9 dư 3, do đó giả sử sai hay A không chia hết cho B, ta có điều phải chứng minh.

Bài 4:

Giả sử tồn tại hai số m, n thỏa mãn các điều kiện mà m chia hết cho n.

Đặt m=kn.

Ta có: $222222 < n < m < 888888 \Rightarrow 1 < \dfrac{m}{n} < 4.$

Do đó $1 < k < 4 \Rightarrow k \in \{2,3\}$

Mặt khác, ta có: S(m)=S(n)=2+3+5+6+7+8=31, là số chia 9 dư 4.

Do đó, m, n đều chia 9 dư 4.

Đặt n=9a+4, khi đó ta có m=kn=k(9a+4)=9ak+4k.

Nếu k=2, ta có m=18a+8, là số chia 9 dư 8.

Nếu k=3, ta có m=27a+12=9(3a+1)+3, là số chia 9 dư 3.

Tất cả các trường hợp trên đều không thỏa mãn điều kiện m chia 9 dư 4, do đó giả sử là sai hay không tồn tại hai số khác nhau mà chia hết cho nhau.

VINASTUDY.VN