VINA 3 – BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 6
GIÁO VIÊN: NGUYỄN HÙNG CƯỜNG
TỔNG CÁC CHỮ SỐ CỦA MỘT SỐ TỰ NHIÊN (PHẦN 3)

____www.vinastudy.vn____

Bài 1:

1. Tìm số tự nhiên n có tổng các chữ số là n^2 - 275n + 14.

2. Tồn tại hay không số tự nhiên n có tổng các chữ số là n^2 – 275n +15?

Bài 2: Tìm tất cả các số tự nhiên n, biết tổng của n và các chữ số của nó là 2024.

Bài 3: Tìm tất cả các số tự nhiên n, biết n+S(n)+S(S(n))=2031.

Bài 4: Chứng minh rằng: không tồn tại số n thỏa mãn n+S(n)+S(S(n))=2000.

Lời giải

Bài 1:

1. Theo đề bài, $S(n)=n^2 - 275n+14$

Ta có $S(n)>0 \Rightarrow n^2+14>275n \Rightarrow n+\frac{14}{n}>275 \Rightarrow n \geq 275.$

Ta có $S(n) \leq n \Rightarrow n^2-275n+14 \leq n \Rightarrow n^2+14 \leq 276n \Rightarrow n+\frac{14}{n} \leq 276 \Rightarrow n<276.$

Do đó ta có $275 \leq n<276 \Rightarrow n=275.$

Thử lại ta thấy n=275 thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy số n cần tìm là 275.

2. Lập luận tương tự như ý 1, ta tìm được $275 \leq n<276 \Rightarrow n=275.$

Thử lại ta thấy n=275 không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy không tồn tại n thỏa mãn đề bài.

Bài 2:

Theo đề bài ta có n+S(n)=2024 (1).

Do S(n)>0 nên n<2024, suy ra $S(n) \leq (2-1)+9x3=28$.

Do đó $n=2024-S(n) \geq 2024-28=1996$.

Hay $1996 \leq n \leq 2024$, đến đây ta xét 2 trường hợp:

Trường hợp 1: $n=\overline{199a}$ (a là chữ số).

Thay vào (1) ta được:

$$\overline{199a}+(1+9+9+a)=2024\Rightarrow 1990+a+19+a=2024\Rightarrow 2a=15.$$

Đến đây ta thấy không tồn tại chữ số a thỏa mãn đề bài.

Trường hợp 2: $n=\overline{20ab}$ (a, b là chữ số, $a\le 2$).

Thay vào (1) ta được:

$$\overline{20ab}+(2+0+a+b)=2024\Rightarrow 2000+10a+b+2+a+b=2024\Rightarrow 11a+2b=22.$$

Thử a=0,1,2 và kết hợp với điều kiện b là chữ số, ta tìm được a=2, b=0.

Thử lại ta thấy n=2020 thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy số n cần tìm là 2020.

Bài 3:

Theo đề bài ta có n+S(n)+S(S(n))=2031 (1).

Do S(n)>0, S(S(n))>0 nên n<2031.

Do đó $S(n)\le(2-1)+9\times 3=28;\ S(S(n))\le 1+9=10$.

Suy ra n=2031-S(n)-S(S(n)) ≥ 2031 – 28 – 10 =1993.

Đến đây ta xét 2 trường hợp:

Trường hợp 1: $n=\overline{199a}$ (a là chữ số, a ≥ 3).

Khi đó S(n)=19+a=20+(a-1). Do a ≥ 3 nên S(S(n))=2+(a-1)=1+a.

Thay vào (1) ta được:

$\overline{199a}+(19+a)+(1+a)=2031\Rightarrow 1990+a+19+a+1+a=2031\Rightarrow 3a+2010=2031\Rightarrow a=7$. Thử lại ta thấy n=1997 thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Trường hợp 2: $n=\overline{20ab}$ (a, b là chữ số).

Thay vào (1) ta được:

$$\overline{20ab}+(2+0+a+b)+S(S(n))=2031$$

$$\Rightarrow 2000+10a+b+2+a+b+S(S(n))=2031\Rightarrow 11a+2b+S(S(n))=29\ (2)$$

Do $b\le 9, S(S(n))\le 10$ nên ta có $11a=29-2b-S(S(n))\ge 29-2\times 9-10=1$.

Hay $1\le 11a<29\Rightarrow a\in\{1,2\}$

- Nếu a = 1, (2) trở thành 2b+S(S(n))=18.
  Ta có: $2b=18-S(S(n))\ge 18-10=8\Rightarrow b\ge 4\Rightarrow n\in\{2014,2015,\ldots 2019\}$
  Thử lại ta tìm được n=2018 thỏa mãn yêu cầu bài toán
- Nếu a = 2, (2) trở thành 2b+S(S(n))=7.
  Từ đó suy ra $2b<7\Rightarrow b\le 3\Rightarrow n\in\{2020,2021,2022,2023\}$

Thử lại ta tìm được n=2021 thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy tất cả các số n cần tìm là 1997, 2018, 2021.

Bài 4:

Cách 1: Lập luận tương tự bài 3, ta suy ra không tồn tại n.

Cách 2:

Ta có $n-S(n)\vdots 3, S(n)-S(S(n))\vdots 3$ nên n, S(n), S(S(n)) là các số khi chia 3 có cùng số dư.

Đặt n=3a+r, S(n)=3b+r, S(S(n))=3c+r với a,b,c là các số tự nhiên, $r\in\{0,1,2\}$.

Khi đó ta có n+S(n)+S(S(n))=(3a+r)+(3b+r)+(3c+r)=3(a+b+c+r).

Do đó n+S(n)+S(S(n)) là số chia hết cho 3.

Do 2000 không chia hết cho 3 nên không tồn tại n thỏa mãn điều kiện bài toán.

VINASTUDY.VN