

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9
GIẢI PHƯƠNG TRÌNH CHỨA CĂN BẬC HAI
Giáo viên: Nguyễn Thành Long

Câu 1. Giải phương trình:

a) $\sqrt{6x+1} = \sqrt{x^2+8}$

b) $\sqrt{x^2+2x-7} = \sqrt{2x^2-3x-1}$

c) $\sqrt{x-5} - \sqrt{2x^2+8x} = 0$

d) $\sqrt{x^3-2} = \sqrt{x^2-x-2x-2}$

Câu 2. Giải phương trình:

a) $\sqrt{6-4x+x^2} = x+4$

b) $\sqrt{x^2+3x+5} = 2x+1$

c) $x-4 = \sqrt{x^2-3x-1}$

d) $\sqrt{x^2+7x+9} - x - 1 = 0$

Câu 3. Giải phương trình:

a) $\sqrt{x^2-x-2} = 5$

b) $\sqrt{x^2-2\sqrt{2x+2}} = \sqrt{7-2\sqrt{10}}$

c) $7 + \sqrt{x^2+2\sqrt{2x+2}} = x$

d) $\sqrt{6x+9+x^2} - 2x = -5$

Câu 4. Giải phương trình:

a) $\sqrt{x^2-7x+6} + 2\sqrt{x-1}$

b) $\sqrt{2x^2+8x+6} + \sqrt{x^2-1}$

c) $\sqrt{x-3} - 2\sqrt{x-4} = 0$

d) $\sqrt{x^2-8x+7} + \sqrt{x^2-1} + \sqrt{x-1} = 0$

Giải

Câu 1. Giải phương trình

$$a) \sqrt{6x+1} = \sqrt{x^2+8} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x+1 \geq 0 \\ 6x+1 = x^2+8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{6} \\ x^2 - 6x + 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{6} \\ x = 3 + \sqrt{2} \text{ (tm)} \\ x = 3 - \sqrt{2} \text{ (tm)} \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \{3 + \sqrt{2}; 3 - \sqrt{2}\}$.

$$b) \sqrt{x^2+2x-7} = \sqrt{2x^2-3x-1} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+2x-7 \geq 0 \\ x^2+2x-7 = 2x^2-3x-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+2x-7 \geq 0 \\ x^2-5x+6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+2x-7 \geq 0 \\ x = 2; x = 3 \text{ (tm)} \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \{2; 3\}$

$$c) \sqrt{x-5} - \sqrt{2x^2+8x} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x-5} = \sqrt{2x^2+8x} \Leftrightarrow \begin{cases} x-5 \geq 0 \\ x-5 = 2x^2+8x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ 2x^2+7x+5 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ x = -1; x = -\frac{5}{2} \text{ (không tm)} \end{cases}$$

Vậy phương trình vô nghiệm.

d)

$$\sqrt{x^3+2} = \sqrt{x^2-2x+2} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3+2 \geq 0 \\ x^3+2 = x^2-2x+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3+2 \geq 0 \\ x^3-x^2+2x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3+2 \geq 0 \\ x(x^2-x+2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3+2 \geq 0 \\ x = 0 \text{ (tm)} \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \{0\}$.

Câu 2.

$$a) \sqrt{6-4x+x^2} = x+4 \Leftrightarrow \begin{cases} x+4 \geq 0 \\ 6-4x+x^2 = (x+4)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -4 \\ 6-4x+x^2 = x^2+8x+16 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -4 \\ 12x = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -4 \\ x = -\frac{5}{6} \text{ (tm)} \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \left\{-\frac{5}{6}\right\}$

$$b) \sqrt{x^2+3x+5} = 2x+1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1 \geq 0 \\ x^2+3x+5 = (2x+1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ x^2+3x+5 = 4x^2+4x+1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ 3x^2+x-4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ x = 1 \text{ (tm)}; x = -\frac{4}{3} \text{ (ktm)} \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \{1\}$

$$c) \quad x-4 = \sqrt{x^2-3x-1} \Leftrightarrow \begin{cases} x-4 \geq 0 \\ (x-4)^2 = x^2-3x-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ x^2-8x+16 = x^2-3x-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ x = \frac{17}{5} (ktm) \end{cases}$$

Vậy phương trình vô nghiệm.

$$d) \quad \sqrt{x^2+7x+9} - x - 1 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2+7x+9} = x+1 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x^2+7x+9 = (x+1)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x^2+7x+9 = x^2+2x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ 5x = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x = \frac{-8}{5} (ktm) \end{cases}$$

Vậy phương trình vô nghiệm.

câu 3.

$$a) \quad \sqrt{x^2-x-2} = 5 \Leftrightarrow x^2-x-2 = 25 \Leftrightarrow x^2-x-27 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1-\sqrt{109}}{2} \\ x = \frac{1+\sqrt{109}}{2} \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \left\{ \frac{1-\sqrt{109}}{2}, \frac{1+\sqrt{109}}{2} \right\}$.

$$b) \quad \sqrt{x^2-2\sqrt{2}x+2} = \sqrt{7-2\sqrt{10}} \Leftrightarrow \sqrt{(x-\sqrt{2})^2} = \sqrt{(\sqrt{5}-\sqrt{2})^2}$$

$$\Leftrightarrow |x-\sqrt{2}| = |\sqrt{5}-\sqrt{2}| \Leftrightarrow |x-\sqrt{2}| = \sqrt{5}-\sqrt{2}$$

$$\text{Th1: } x-\sqrt{2} \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$$

$$\text{Suy ra: } x-\sqrt{2} = \sqrt{5}-\sqrt{2} \Leftrightarrow x = \sqrt{5} (tm)$$

$$\text{Th2: } x-\sqrt{2} < 0 \Leftrightarrow x < \sqrt{2}$$

$$\text{Suy ra: } -x+2 = \sqrt{5}-\sqrt{2} \Leftrightarrow x = 2\sqrt{2}-\sqrt{5} (tm)$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \{\sqrt{5}; 2\sqrt{2}-\sqrt{5}\}$.

$$c) \quad 7 + \sqrt{x^2+2\sqrt{2}x+2} = x \Leftrightarrow \sqrt{x^2+2\sqrt{2}x+2} = x-7 \Leftrightarrow \sqrt{(x-\sqrt{2})^2} = x-7 \Leftrightarrow \begin{cases} x-7 \geq 0 \\ |x-\sqrt{2}| = x-7 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 7 \\ x-\sqrt{2} = x-7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 7 \\ 0x = \sqrt{2}-7 \end{cases}$$

Vậy phương trình vô nghiệm.

$$d) \sqrt{6x+9+x^2} - 2x = -5 \Leftrightarrow \sqrt{(x-3)^2} = 2x-5 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-5 \geq 0 \\ |x-3| = 2x-5 \end{cases}$$

$$\text{Th1: } \begin{cases} x \geq \frac{5}{2} \\ x-3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 3$$

$$\text{Suy ra } x-3 = 2x-5 \Leftrightarrow x \geq 2(ktm)$$

$$\text{Th2: } \begin{cases} x \geq \frac{5}{2} \\ x-3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{5}{2} \leq x < 3$$

$$\text{Suy ra } -x+3 = 2x-5 \Leftrightarrow 3x = 8 \Leftrightarrow x = \frac{8}{3}(tm)$$

$$\text{Vậy tập nghiệm của phương trình là: } S = \left\{ \frac{8}{3} \right\}.$$

Câu 4. Giải phương trình

$$a) \sqrt{x^2-7x+6} + 2\sqrt{x-1} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-7x+6 \geq 0 \\ x-1 \geq 0 \\ x^2-7x+6 = 0 \\ x-1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-7x+6 \geq 0 \\ x-1 \geq 0 \\ x=1; x=6 \\ x=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=6 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \{1; 6\}$.

$$b) \sqrt{2x^2+8x+6} + \sqrt{x^2-1} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2+8x+6 \geq 0 \\ x^2-1 \geq 0 \\ 2x^2+8x+6 = 0 \\ x^2-1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2+8x+6 \geq 0 \\ x^2-1 \geq 0 \\ x=-1; x=-3 \\ x=1; x=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2+8x+6 \geq 0 \\ x^2-1 \geq 0 \\ x=-1(tm) \end{cases}$$

Vậy phương trình có nghiệm $S = \{-1\}$.

$$c) \sqrt{x-3} + 2\sqrt{x-4} = x-4 \Leftrightarrow \sqrt{x-4} + 2\sqrt{x-4} + 1 = x-4 \Leftrightarrow \sqrt{(\sqrt{x-4}+1)^2} = x-4$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-4 \geq 0 \\ |\sqrt{x-4}+1| = x-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ \sqrt{x-4}+1 = x-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ \sqrt{x-4} = x-5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ x-5 \geq 0 \\ x-4 = (x-5)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ x \geq 5 \\ x-4 = x^2 - 10x + 25 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ x^2 - 11x + 29 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ x = \frac{11-\sqrt{5}}{2}(ktm); x = \frac{11+\sqrt{5}}{2}(tm) \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \left\{ \frac{11 + \sqrt{5}}{2} \right\}$.

$$d) \sqrt{x^2 - 8x + 7} + \sqrt{x^2 - 1} + \sqrt{x - 1} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 8x + 7 \geq 0 \\ x^2 - 1 \geq 0 \\ x - 1 \geq 0 \\ x^2 - 8x + 7 = 0 \\ x^2 - 1 = 0 \\ x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 8x + 7 \geq 0 \\ x^2 - 1 \geq 0 \\ x \geq 1 \\ x = 1; x = 7 \\ x = 1; x = -1 \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 8x + 7 \geq 0 \\ x^2 - 1 \geq 0 \\ x \geq 1 \\ x = 1 (tm) \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \{1\}$.