

VINA 3 – BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 7
GIÁO VIÊN: NGUYỄN THÀNH LONG
SỐ THẬP PHÂN HỮU HẠN, SỐ THẬP PHÂN VÔ HẠN – ĐÁP ÁN

www.vinastudy.vn

Bài 1: Biểu diễn các số sau dưới dạng phân số: $0,(27)$; $0,(621)$; $2,0(6)$; $2,41(3)$.

Bài 2:

1) Rút gọn biểu thức: $A = 0,4(3) + 0,6(2) \cdot 2 \frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{0,5(8)} : \frac{50}{53} - 2$.

2) Tìm x biết $1,(6) \cdot 2,(3) : 0,(7) - 2x = 1$.

Bài 3: Cho $x = 0,24681012\dots 20162018$. Trong đó, sau dấu phẩy là các số chẵn liên tiếp từ 2 đến 2018 viết liên tiếp nhau.

1) Tìm số chữ số sau dấu phẩy của x. Từ đó tìm số tự nhiên n nhỏ nhất sao cho $10^n \cdot x$ là số tự nhiên.

2) Tìm chữ số thứ 2019 sau dấu phẩy của x.

Bài 4: Tìm tất cả các phân số tối giản có mẫu số khác 1, viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn. Tích của tử số và mẫu số bằng 2040.

Lời giải

Bài 1: Ta có:

$$0,(27) = \frac{27}{99} = \frac{3}{11}, \quad 0,(621) = \frac{621}{999} = \frac{23}{37}.$$

$$2,0(6) = 2 + 0,0(6) = 2 + \frac{1}{10} \cdot 0,(6) = 2 + \frac{1}{10} \cdot \frac{6}{9} = 2 + \frac{1}{15} = \frac{31}{15}.$$

$$2,41(3) = 2,41 + 0,00(3) = \frac{241}{100} + \frac{1}{100} \cdot 0,(3) = \frac{241}{100} + \frac{1}{100} \cdot \frac{3}{9} = \frac{241}{100} + \frac{1}{300} = \frac{724}{300} = \frac{181}{75}.$$

Bài 2:

1) Ta có:

$$0,4(3) = 0,4 + 0,0(3) = \frac{2}{5} + \frac{1}{10} \cdot 0,(3) = \frac{2}{5} + \frac{1}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{2}{5} + \frac{1}{30} = \frac{13}{30}.$$

$$0,6(2) = 0,6 + 0,0(2) = \frac{3}{5} + \frac{1}{10} \cdot 0,(2) = \frac{3}{5} + \frac{1}{10} \cdot \frac{2}{9} = \frac{3}{5} + \frac{1}{45} = \frac{28}{45}.$$

$$0,5(8) = 0,5 + 0,0(8) = \frac{1}{2} + \frac{1}{10} \cdot 0,(8) = \frac{1}{2} + \frac{1}{10} \cdot \frac{8}{9} = \frac{1}{2} + \frac{4}{45} = \frac{53}{90}.$$

$$\text{Nên } A = \frac{13}{30} + \frac{28}{45} \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) : \frac{53}{90} : \frac{50}{53} - 2 = \frac{13}{30} + \frac{28}{45} \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{90}{53} \cdot \frac{53}{50} - 2 = \frac{13}{30} + \frac{7}{3} - 2 = \frac{23}{30}.$$

$$\text{Vậy } A = \frac{23}{30}.$$

2) Ta có:

$$1,(6) \cdot 2,(3) : 0,(7) - 2x = 1$$

$$\Rightarrow [1+0,(6)] \cdot [2+0,(3)] : 0,(7) - 2x = 1$$

$$\Rightarrow \left[1 + \frac{6}{9} \right] \cdot \left[2 + \frac{3}{9} \right] : \frac{7}{9} - 2x = 1$$

$$\Rightarrow \frac{5}{3} \cdot \frac{7}{3} \cdot \frac{9}{7} - 2x = 1$$

$$\Rightarrow 5 - 2x = 1 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2.$$

Vậy $x=2$.

Bài 3:

1) Khi viết các số chẵn từ 2 đến 2018, ta cần viết:

+ Các số chẵn có 1 chữ số là 2, 4, 6, 8. Ta cần 4 chữ số để viết các số này.

+ Các số chẵn có 2 chữ số là 10, 12, ..., 98.

Số các số chẵn có 2 chữ số là: $(98-10):2+1=45$ (số).

Số chữ số cần dùng để viết các số chẵn có 2 chữ số là: $45 \cdot 2=90$ (chữ số).

+ Các số chẵn có 3 chữ số là 100, 102, ..., 998.

Số các số chẵn có 3 chữ số là: $(998-100):2+1=450$ (số).

Số chữ số cần dùng để viết các số chẵn có 3 chữ số là: $450 \cdot 3=1350$ (chữ số).

+ Các số chẵn có 4 chữ số là 1000, 1002, ..., 2018.

Số các số chẵn có 4 chữ số là: $(2018-1000):2+1=510$ (số).

Số chữ số cần dùng để viết các số chẵn có 4 chữ số là: $510 \cdot 4=2040$ (chữ số).

Do đó số chữ số sau dấu phẩy của số x là: $4+90+1350+2040=3484$ (chữ số).

Từ đó suy ra để $10^n \cdot x$ là số tự nhiên thì số n nhỏ nhất là $n=3464$.

Vậy x có 3464 chữ số sau dấu phẩy và số n nhỏ nhất là 3464.

2) Do $4+90+1350=1444 < 2019$ nên chữ số thứ 2019 là chữ số của các số có 4 chữ số, gọi số này là y .

Để viết từ số 1000 đến chữ số thứ 2019 của số y , ta cần viết:

$$2019-1444=575 \text{ (chữ số)}$$

Ta có 575 chia 4 được 143 dư 3 nên để viết chữ số thứ 2019, ta cần viết 143 số chẵn có 4 chữ số đầu tiên và lấy thêm 3 chữ số nữa.

Số chẵn có 4 chữ số thứ 143 là: $1000+(143-1) \cdot 2=1286$.

Do đó chữ số thứ 2019 là chữ số 8 của số 1288.

Vậy chữ số thứ 2019 là chữ số 8.

Bài 4: Gọi các phân số phải tìm có dạng $\frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{N}^*$, $b \neq 1$, $(a, b) = 1$).

Theo đề bài ta có: $ab = 2040 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 17$

Do phân số $\frac{a}{b}$ viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn nên b chỉ chứa các thừa số nguyên tố là 2, 5.

Kết hợp với điều kiện $b \neq 1$, $(a, b) = 1$ ta có các trường hợp sau:

$$\text{TH1: } \begin{cases} a = 3 \cdot 17 \\ b = 2^3 \cdot 5 \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{3 \cdot 17}{2^3 \cdot 5} = \frac{51}{40}$$

$$\text{TH2: } \begin{cases} a = 3 \cdot 5 \cdot 17 \\ b = 2^3 \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{3 \cdot 5 \cdot 17}{2^3} = \frac{255}{8}$$

$$\text{TH3: } \begin{cases} a = 2^3 \cdot 3 \cdot 17 \\ b = 5 \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{2^3 \cdot 3 \cdot 17}{5} = \frac{408}{5}$$

Vậy các phân số phải tìm là: $\frac{51}{40}$, $\frac{255}{8}$, $\frac{408}{5}$.