VINA 3 – BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 8

GIÁO VIÊN: NGUYỄN THÀNH LONG

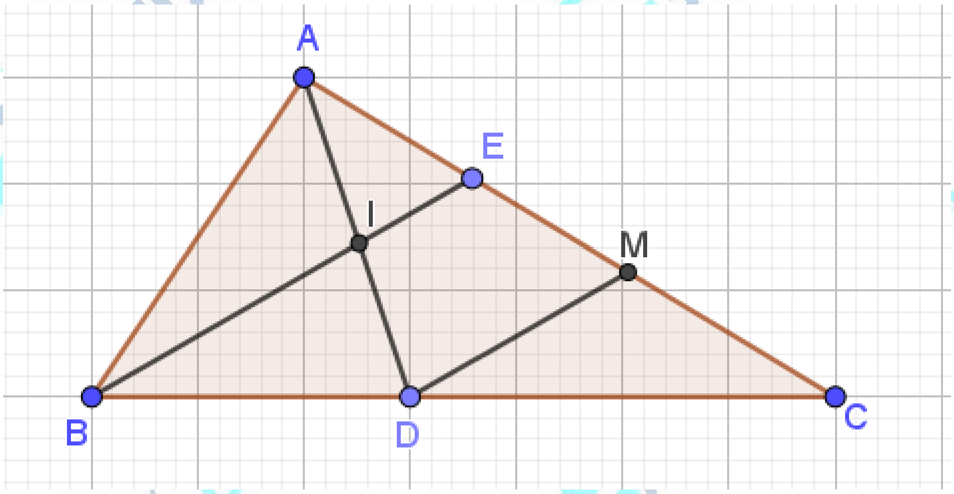
ĐỊNH LÝ TA-LET – ĐÁP ÁN

____www.vinastudy.vn____

Bài 1: Cho Δ ABC. Lấy D và E lần lượt trên các cạnh BC và AC sao cho $\frac{BD}{BC}=\frac{3}{7};\frac{AE}{EC}=\frac{2}{5}$.

AD cắt BE tại I. Tính tỉ số $\frac{AI}{ID}$?

Bài giải:



Vẽ DM // BE (M thuộc BC)

Δ BEC có: DM // BE (gt) nên $\frac{EM}{EC}=\frac{BD}{BC}=\frac{3}{7}$ (định lí Ta-let)

Δ ADM có: IE // DM (gt) nên $\frac{AI}{ID}=\frac{AE}{EM}$ (định lí Ta-let)

Ta có: $\frac{AE}{EM}=\frac{AE}{EC}:\frac{EM}{EC}=\frac{2}{5}:\frac{3}{7}=\frac{14}{15}$

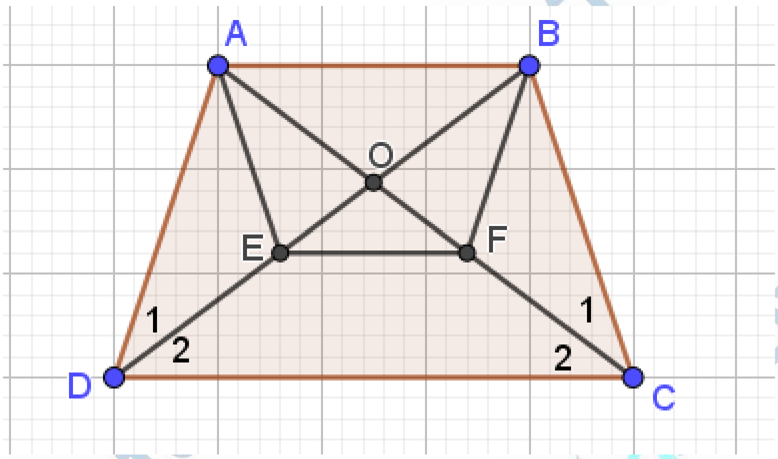
Do đó: $\frac{AI}{ID}=\frac{14}{15}$

Bài 2: Cho hình thang cân ABCD, có đáy lớn là CD, đáy nhỏ là AB. Qua A kẻ đường thẳng song song với BC cắt đường chéo BD ở E, qua B kẻ đường thẳng song song với AD cắt đường chéo AC ở F.

a) Chứng minh tứ giác DEFC là hình thang cân.

b) Tính độ dài đoạn EF nếu biết AB = 5 cm; CD = 10 cm.

Bài giải:



a) Do AE // BC (gt), theo định lý Ta-let ta có:

$\dfrac{OE}{OB} = \dfrac{OA}{OC}$ (1)

Do BF // AD (gt), theo định lý Ta-let, ta có:

$\dfrac{OB}{OD} = \dfrac{OF}{OA}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $\dfrac{OE}{OB}.\dfrac{OB}{OD} = \dfrac{OA}{OC}.\dfrac{OF}{OA}$ hay $\dfrac{OE}{OD} = \dfrac{OF}{OC}$. Từ đây, theo định lí đảo của định lí Ta-let, ta lại có: EF // DC.

Do đó tứ giác DEFC là hình thang.

Xét Δ ABC và Δ BAD có:

AB chung

BC = AD (gt)

AC = BD (gt)

Do đó: ΔABC = ΔBAD (c.c.c)

Suy ra: $C_1 = D_1$ mà $C = D$ (gt) nên $C_2 = D_2$

Hình thang DEFC có hai góc kề một đáy bằng nhau nên là hình thang cân.

b) Theo a, ta có: EF // CD mà CD // AB (gt) nên EF // CD // AB.

Do đó; EF // AB, theo định lí Ta-let, ta có:

$\frac{AB}{EF}=\frac{OB}{OE}$, nhưng $\frac{OB}{OE}=\frac{OC}{OA}$ (suy ra từ (1)), do đó: $\frac{AB}{EF}=\frac{OC}{OA}$ (3)

Do CD // AB, theo định lí Ta-let, ta có:

$\frac{DC}{AB}=\frac{OC}{OA}$ (4)

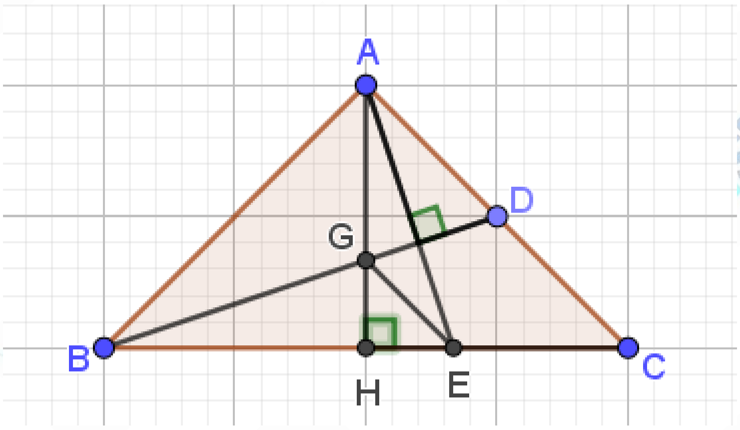
Từ (3) và (4), ta có $\frac{AB}{EF}=\frac{DC}{AB}$, suy ra: $AB^2=EF.CD$, do đó:

$EF=\frac{AB^2}{CD}=\frac{5^2}{10}=2,5$ (cm)

Bài 3: Cho tam giác ABC vuông cân tại A, BD là đường trung tuyến. Qua A vẽ đường thẳng vuông góc với BD cắt BC tại E.

Chứng minh rằng: EB = 2.EC

Bài giải:



Vẽ đường cao AH của Δ ABC, AH cắt BD tại G.

ΔABC vuông tại đỉnh A nên AH cũng là đường trung tuyến của ΔABC.

Do đó: G là trọng tâm của ΔABC, nên $\frac{GB}{GD}=2$

Xét ΔABE có BG $\perp$ AE (gt); AH $\perp$ BE suy ra: H là trực tâm của tam giác ABE. Từ đó có:

EG $\perp$ AB

Ta có: EG $\perp$ AB; CD $\perp$ AB nên EG // CD.

ΔBCD có: EG // CD $\Rightarrow \frac{EB}{EC}=\frac{GB}{GD}$ (định lý Ta – lét)

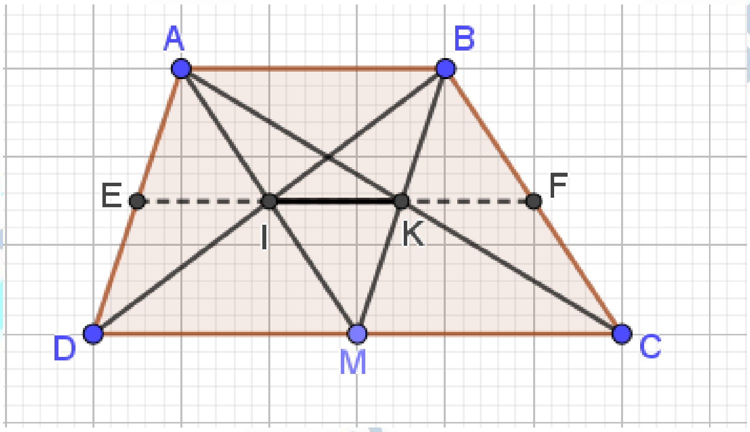
Mà: $\frac{GB}{GD} = 2$, do đó: $\frac{EB}{EC} = 2 \Rightarrow$ EB = 2.EC

Bài 4: Cho hình thang ABCD (AB // CD), M là trung điểm cạnh CD. Gọi I là giao điểm của AM và BD, K là giao điểm của BM và AC.

a) Chứng minh: IK // AB

b) Đường thẳng IK cắt AD và BC theo thứ tự ở E và F. Chứng minh: EI = IK = KF.

Bài giải:



Đặt AB = m; MC = MD = n.

a) Do AB // CD, ta có:

$$\frac{MI}{IA} = \frac{MD}{AB} = \frac{n}{m} \qquad (1)$$

$$\frac{MK}{KB} = \frac{MC}{AB} = \frac{n}{m} \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra; $\frac{MI}{IA} = \frac{MK}{KB}$. Từ đó theo định lí đảo của định lí Ta-let đối với tamg giác MAB, ta có: IK // AB.

b) Do EF // CD, ta có:

$$\frac{IE}{DM} = \frac{AI}{AM} \text{ hay } \frac{EI}{n} = \frac{AI}{AM} \qquad (3)$$

$$\frac{IK}{MC} = \frac{AI}{AM} \text{ hay } \frac{IK}{n} = \frac{AI}{AM} \qquad (4)$$

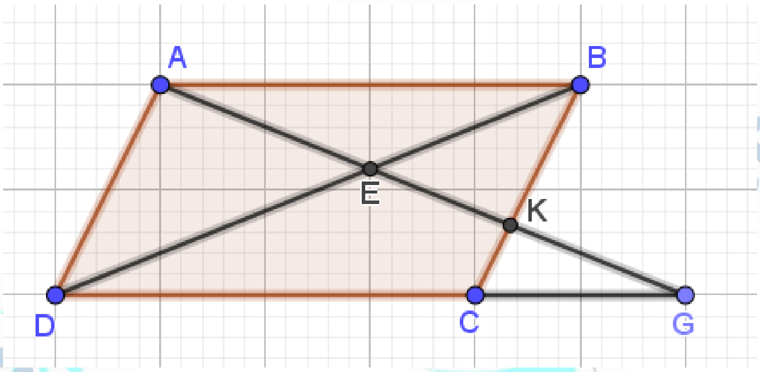
Bài 5: Cho hình bình hành ABCD. Qua A kẻ một đường thẳng tùy ý cắt BD, BC, CD lần lượt ở E, K, G. Chứng minh:

a) $AE^2 = EK.EG$

b) $\frac{1}{AE} = \frac{1}{AK} + \frac{1}{AG}$

c) Khi đường thẳng qua A thay đổi thì tích BK.DG có giá trị không đổi.

Bài giải:



a) Do BK // AD, nên $\frac{EK}{AE} = \frac{BE}{ED}$ (1)

Do AB // DG, nên $\frac{AE}{EG} = \frac{BE}{ED}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $\frac{EK}{AE} = \frac{AE}{EG}$ do đó: $AE^2 = EK.EG$

b) Ta có: $\frac{AE}{EK} = \frac{DE}{EB}$ suy ra: $\frac{AE}{AK} = \frac{DE}{DB}$ (3)

Tương tự: $\frac{AE}{AG} = \frac{BE}{BD}$

Cộng theo từng vế của (3) và (4) ta có: $\frac{AE}{AK} + \frac{AE}{AG} = \frac{DE}{BD} + \frac{BE}{DB} = \frac{BD}{BD} = 1$

c) Đặt AB = a; AD = b thì $\frac{BK}{KC} = \frac{a}{CG}$ và $\frac{KC}{b} = \frac{CG}{DG}$

Nhân theo từng vế của hai đẳng thức trên, ta được:

$\frac{BK}{b} = \frac{a}{DG}$ suy ra BK.DG = ab không đổi.

VINASTUDY.VN