

**VINA 3 – BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 8**  
**GIÁO VIÊN: NGUYỄN THÀNH LONG**  
**NHỮNG HẰNG ĐẲNG THỨC ĐÁNG NHỚ (PHẦN 1) – ĐÁP ÁN**

[www.vinastudy.vn](http://www.vinastudy.vn)

**Bài 1:** Thực hiện phép tính:

$$1) A = (a+b)^3 - (a-b)^3.$$

$$2) B = (x-y-1)^3 - (x-y+1)^3 + 6(x-y)^2.$$

$$3) C = (x^4 - x^2 + 1)(x^4 - 1)(x^4 + x^2 + 1).$$

**Bài 2:** Chứng minh rằng: giá trị các biểu thức sau không phụ thuộc vào biến:

$$1) A = (x+3)^3 - (x+9)(x^2+27).$$

$$2) B = (x+y)(x^2-xy+y^2) + (x-y)(x^2+xy+y^2) - 2x^3.$$

**Bài 3:** Tính nhanh:

$$1) A = 263^2 + 74.263 + 37^2.$$

$$2) B = \frac{258^2 - 242^2}{254^2 - 246^2}.$$

$$3) C = (99^2 + 95^2 + 91^2 + \dots + 3^2) - (97^2 + 93^2 + 89^2 + \dots + 1^2).$$

**Bài 4:** Rút gọn biểu thức:

$$A = (x+1)(x^2+1)(x^4+1)\dots(x^{2^n}+1), \text{ với } n \text{ là số nguyên dương.}$$

**Lời giải:**

**Bài 1:**

$$1) A = (a+b)^3 - (a-b)^3 = (a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3) - (a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3) = 6a^2b + 2b^3.$$

2) Đặt  $x - y = a$  và áp dụng ý trên, ta có:

$$B = (a-1)^3 - (a+1)^3 + 6a^2 = 6a^2 - [(a+1)^3 - (a-1)^3] = 6a^2 - (6a^2 + 2) = -2.$$

$$\begin{aligned} 3) C &= (x^4 - x^2 + 1)(x^4 - 1)(x^4 + x^2 + 1) \\ &= (x^4 - x^2 + 1)(x^2 - 1)(x^2 + 1)(x^4 + x^2 + 1) \\ &= [(x^2 + 1)(x^4 - x^2 + 1)][(x^2 - 1)(x^4 + x^2 + 1)] \\ &= (x^6 + 1)(x^6 - 1) = x^{12} - 1. \end{aligned}$$

**Bài 2:**

$$1) A = (x+3)^3 - (x+9)(x^2+27) = (x^3 + 9x^2 + 27x + 27) - (x^3 + 9x^2 + 27x + 243) = -216.$$

Do đó giá trị biểu thức  $A$  không phụ thuộc vào biến.

$$2) B = (x+y)(x^2-xy+y^2) + (x-y)(x^2+xy+y^2) - 2x^3 = (x^3 + y^3) + (x^3 - y^3) - 2x^3 = 0.$$

Do đó giá trị biểu thức  $B$  không phụ thuộc vào biến.

**Bài 3:**

$$1) A = 263^2 + 74.263 + 37^2 = 263^2 + 2.263.37 + 37^2 = (263 + 37)^2 = 300^2 = 90000.$$

$$2) B = \frac{258^2 - 242^2}{254^2 - 246^2} = \frac{(258 - 242)(258 + 242)}{(254 - 246)(254 + 246)} = \frac{16.500}{8.500} = 2.$$

$$\begin{aligned} 3) C &= (99^2 + 95^2 + 91^2 + \dots + 3^2) - (97^2 + 93^2 + 89^2 + \dots + 1^2) \\ &= (99^2 - 97^2) + (95^2 - 93^2) + \dots + (3^2 - 1^2) \\ &= (99 - 97)(99 + 97) + (95 - 93)(95 + 93) + \dots + (3 - 1)(3 + 1) \\ &= 2(99 + 97) + 2(95 + 93) + \dots + 2(3 + 1) \\ &= 2(99 + 97 + 95 + 93 + \dots + 3 + 1) \\ &= 2 \cdot \frac{(99 + 1) \cdot 50}{2} = 2 \cdot \frac{100 \cdot 50}{2} = 2500. \end{aligned}$$

**Bài 4:** Ta có:

$$\begin{aligned} (x-1)A &= (x-1)(x+1)(x^2+1)(x^2+1)\dots(x^{2^n}+1) \\ &= (x^2-1)(x^2+1)(x^2+1)\dots(x^{2^n}+1) \\ &= (x^2-1)(x^2+1)\dots(x^{2^n}+1) \\ &= \dots \\ &= (x^{2^n}-1)(x^{2^n}+1) = x^{2^{n+1}} - 1. \end{aligned}$$

Nếu  $x \neq 1$ , ta có:  $A = \frac{x^{2^{n+1}} - 1}{x - 1}$ .

Nếu  $x = 1$ , ta có:  $A = (1+1)(1^2+1)(1^2+1)\dots(1^{2^n}+1) = 2.2\dots2 = 2^{n+1}$ , do  $A$  có  $n+1$  thừa số 2.

VINASTUDY.VN