VINA 3 – BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 8

GIÁO VIÊN: NGUYỄN THÀNH LONG

CÁC BÀI TOÁN VỀ TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG (PHẦN 1) – ĐÁP ÁN

www.vinastudy.vn

Bài 1: Hình chữ nhật ABCD có AB = 8 cm; BC = 6 cm. Vẽ AH $\perp$ BD (H $\in$ BD).

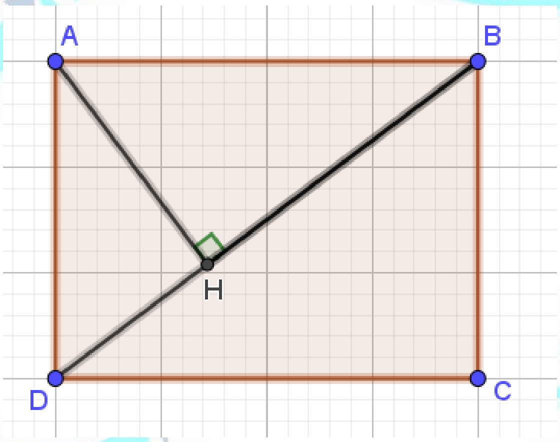
a) Tính diện tích Δ ADB.

b) Tính độ dài đường cao AH.

c) Chứng minh: ΔAHB $\backsim$ ΔBCD

d) Chứng minh: $AD^2 = DH.DB$

Bài giải:



a) $S_{ABD} = AB.AD : 2 = 6.8 : 2 = 24\left(cm^2\right)$

b) Tính AH.

Δ ABD vuông tại A, theo định lý Pi-ta-go $\Rightarrow$ BD = 10 cm.

Có: AH.BD = AB.BC = 2. S_{ABD}

$\Rightarrow$ AH.10 = 6.8 $\Rightarrow$AH = 4,8 cm

c) +) Chứng minh: ΔAHB $\backsim$ ΔBCD có: $H = C = 90^0$; $ABH = BDC$ (so le trong)

c) Chứng minh: $AD^2 = DH.DB$

Có: ΔHAD $\backsim$ ΔABD do: $H = A = 90^0$; ADH chung.

$\Rightarrow \dfrac{AD}{DB} = \dfrac{DH}{DA}$

$\Rightarrow AD.AD = DH.DB$

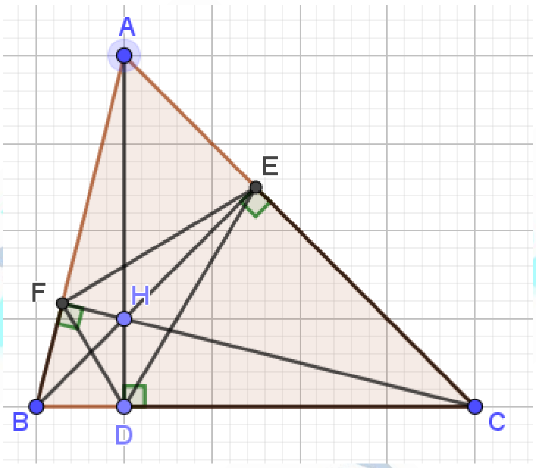
$\Rightarrow AD^2 = DH.DB$

Bài 2: Cho Δ ABC nhọn và các đường cao AD; BE; CF cắt nhau tại H. Chứng minh rằng:

a) Δ AEF $\backsim$ ABC.

b) H là giao các đường phân giác của Δ DEF.

Bài giải:



a) Δ vuông AEB $\backsim$ Δ vuông AFC vì chung BAC

$$\Rightarrow \frac{AE}{AF} = \frac{AB}{AC}$$

$$\Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$$ và chung BAC

$\Rightarrow$ Δ AEF $\backsim$ Δ ABC (c – g –c)

b) Vì Δ AEF $\backsim$ Δ ABC (cmt)

$\Rightarrow AEF = ABC$; $AFE = ACB$ (1)

Chứng minh tương tự ta có:

Δ CED $\backsim$ Δ CBA $\Rightarrow CED = ABC$ (2)

Δ BDF $\backsim$ Δ BAC $\Rightarrow BFD = ACB$ (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra: $AFE = BFD; AEF = DEC$

$\Rightarrow EFH = DFH; FEH = DEH$

$\Rightarrow$ H là giao các phân giác của ΔEFD

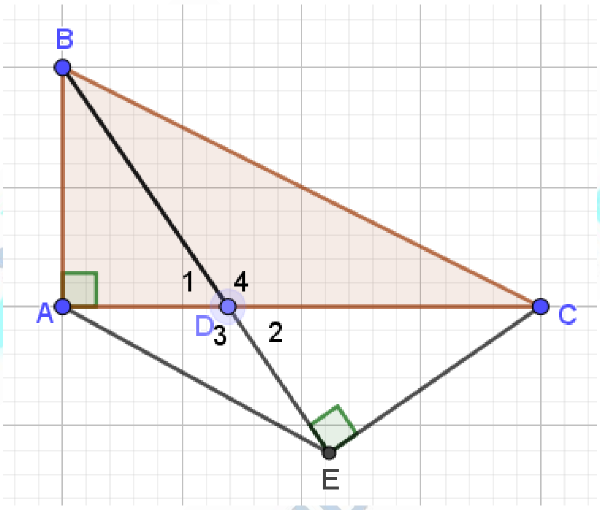
Bài 3: Cho ΔABC vuông tại A. Lấy điểm D $\in$ AC. Kẻ tia Cx vuông góc với BD tại E.

Chứng minh rằng:

a) ΔADE $\backsim$ ΔBDC.

b) AB. CE + AE. BC = AC.BE

Bài giải:



a) Δvuông BAD $\backsim$ Δ vuông CED vì $D_1 = D_2$ (đối đỉnh)

$\Rightarrow \frac{AD}{DE} = \frac{BD}{CD} \Leftrightarrow \frac{AD}{BD} = \frac{DE}{CD}$

ΔADE và ΔBDC có: $\frac{AD}{BD} = \frac{DE}{CD}$ và $D_3 = D_4$ (đối đỉnh)

$\Rightarrow$ ΔADE $\backsim$ ΔBDC

b) Kẻ AI $\perp$ AE và I $\in$ BE $\Rightarrow$ ΔABI $\backsim$ ΔACE

$\Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BI}{CE} \Rightarrow$ AB.CE = BI.AC (1)

Δ vuông IAE $\backsim$ Δ vuông BAC $\Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{IE}{BC}$

$\Rightarrow$AE.BC = IE.AC (2)

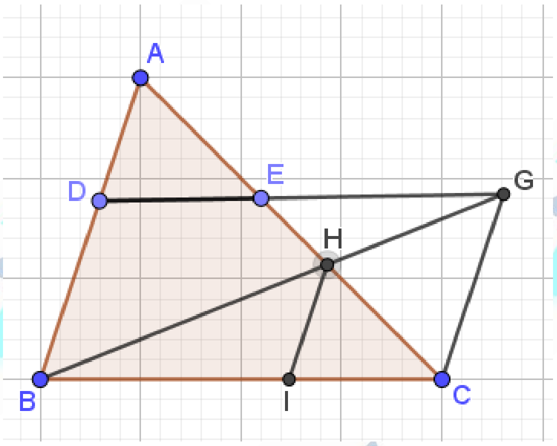
Cộng từng vế của (1) và (2) $\Rightarrow$AB.CE + AE.BC = BE.AC

Bài 4: Cho ΔABC có $D \in AB$. Đường thẳng qua D song song với BC cắt AC tại E, cắt đường thẳng qua C và song song với AB tại G. Gọi H là giao của BG và AC. Qua H kẻ đường thẳng song song với AB, cắt BC tại I.

a) Chứng minh: $HC^2 = HA.HE$

b) Chứng minh: $\frac{1}{IH} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{CG}$

Bài giải:



a) $DE // BC \Rightarrow \Delta ADE \backsim \Delta ABC$

$HI // AB \Rightarrow \Delta HIC \backsim \Delta ABC$

b) $EG // BC \Rightarrow \frac{HE}{HC} = \frac{HG}{HB}$ (1)

$GC // AB \Rightarrow \frac{HC}{HA} = \frac{HG}{HB}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $\frac{HE}{HC} = \frac{HC}{HA}$

$\Rightarrow HC^2 = HA.HE$

c) $HI // AB \Rightarrow \frac{HI}{AB} = \frac{IC}{BC}$ (3)

$HI // CG \Rightarrow \frac{HI}{CG} = \frac{IB}{BC}$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra: $\frac{HI}{AB} + \frac{HI}{CG} = \frac{IC}{BC} + \frac{BI}{BC} = 1$

$\Leftrightarrow \frac{1}{AB}+\frac{1}{CG}=\frac{1}{IH}$

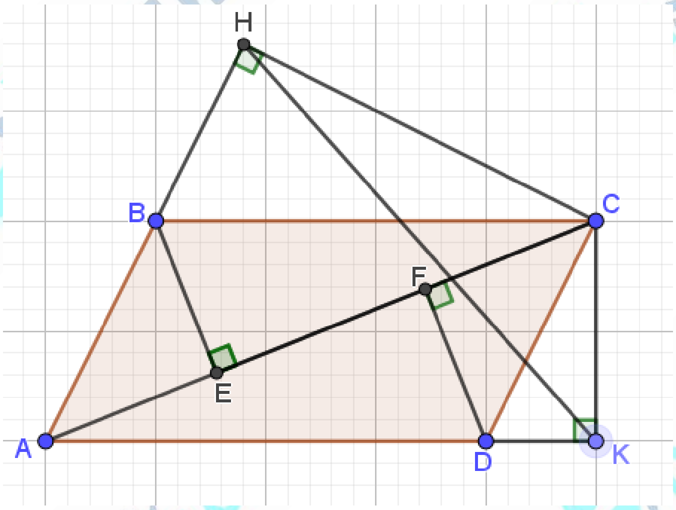
Bài 5: Cho hình bình hành ABCD có AC > BD. Gọi H; K lần lượt là hình chiếu vuông góc của C trên đường thẳng AB và AD. Chứng minh:

a) $\frac{CH}{CB}=\frac{CK}{CD}$

b) Δ CHK $\backsim$ ΔBCA

c) AB. AH + AD. AK = AC^2

Bài giải:



a) Δ vuông HBC $\backsim$ Δ vuông KDC vì $HBC = KDC$ (cùng bằng BAD)

$\Rightarrow \frac{CH}{CK}=\frac{CB}{CD}$

$\Leftrightarrow \frac{CH}{CB}=\frac{CK}{CD}$

b) Tứ giác AHCK có:

$HCK + HAK = 180^0$

AD // BC $\Rightarrow ABC + BAD = 180^0$

$\Rightarrow HCK = ABC$ (1)

Và $\frac{CH}{CB}=\frac{CK}{CD}$ (cmt)

Mà: CD = AB nên $\frac{CH}{CB} = \frac{CK}{AB}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: Δ CHK $\backsim$ ΔBCA

c) Kẻ BE , DF vuông góc với AC.

Δ vuông AEB = Δ vuông CFD (cạnh huyền – góc nhọn)

$\Rightarrow$ AE = CF

$\Rightarrow \frac{AE}{AH} = \frac{AB}{AC}$

$\Leftrightarrow$ AB. AH = AE. AC (3)

Δ vuông AFD $\backsim$ Δ vuông AKC vì chung DAF

$\Rightarrow \frac{AF}{AK} = \frac{AD}{AC}$ $\Rightarrow$ AK. AD = AF. AC (4)

Từ (3) và (4) suy ra: AB. AH + AK. AD = AC. (AE + AF)

Mà; AE = CF nên AB. AH + AK. AD = AC. (CF + AF) = AC^2 (đpcm)

VINASTUDY.VN