VINA 3 – BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 8

GIÁO VIÊN: NGUYỄN THÀNH LONG

PHƯƠNG PHÁP HẰNG ĐẲNG THỨC – ĐÁP ÁN

Bài 1: Phân tích đa thức thành nhân tử:

a) A = $(a-b)^3+(b-c)^3+(c-a)^3$

b) B = $(a+b-2c)^3+(b+c-2a)^3+(c+a-2b)^3$

Bài giải:

a) A = $(a-b)^3+(b-c)^3+(c-a)^3$

Đặt: $x=a-b; y=b-c; z=c-a$ thì $a+y+z=0$

Do đó: $x^3+y^3+z^3=3xyz$

Vậy A = $3(a-b)(b-c)(c-a)$

b) B = $(a+b-2c)^3+(b+c-2a)^3+(c+a-2b)^3$

Đặt: $x=a+b-2c; y=b+c-2a; z=c+a-2b$

Thì $x+y+z=0$ do đó $x^3+y^3+z^3=3xyz$

Vậy B = $3(a+b-2c)(b+c-2a)(c+a-2b)$

Bài 2: Phân tích các đa thức sau thành nhân tử: A = $(a+b)^3+(b+c)^3+(c+a)^3-8(a+b+c)^3$

Bài giải:

A = $(a+b)^3+(b+c)^3+(c+a)^3-8(a+b+c)^3$

Đặt: $a+b=x; b+c=y; c+a=z$ ta có: $a+y+z=2(a+b+c)$

Đa thức A có dạng: $x^3+y^3+z^3-(x+y+z)^3$

A = $-3(x+y)(y+z)(z+x)$

A = $-3(a+2b+c)(b+2c+a)(c+2a+b)$

Bài 3: Chứng minh rằng: $(x+y+z)^3-x^3-y^3-z^3=3(x+y)(y+z)(z+x)$

Bài giải:

Ta có: $(x+y+z)^3-x^3-y^3-z^3=\left[(x+y)^3+z^3\right]-x^3-y^3-z^3$

$=(x+y)^3+z^3+3z(x+y)(x+y+z)-x^3-y^3-z^3$

$=x^3+y^3+3xy(x+y)+z^3+3z(x+y)(x+y+z)-x^3-y^3-z^3$

$=3(x+y)(xy+xz+yz+z^2)=3(x+y)(y+z)(z+x)$

Bài 4: Phân tích đa thức thành nhân tử: A = $(a+b+c)^3+(a-b-c)^3+(b-c-a)^3+(c-a-b)^3$

Bài giải:

A = $(a+b+c)^3+(a-b-c)^3+(b-c-a)^3+(c-a-b)^3$

Đặt: $x=b+c-a; y=c+a-b; z=b+a-c$ thì $x+y+z=a+b+c$

Vậy A = $(x+y+z)^3-x^3-y^3-z^3=3(x+y)(y+z)(z+x)$ (theo bài 3)

= $3(b+c-a+c+a-b)(c+a-b+b+a-c)(b+a-c+b+c-a)$

$=3.2c.2a.2b=24abc$

Bài 5: Cho $a^4+b^4+c^4+d^4=4abcd$ và $a,b,c,d>0$. Chứng minh rằng: $a=b=c=d$

Bài giải:

$a^4+b^4+c^4+d^4=4abcd$

$a^4+b^4+c^4+d^4-4abcd=a^4-2a^2b^2+b^4+c^4-2c^2d^2+d^4-4abcd+2a^2b^2+2c^2d^2$

$=(a^2-b^2)^2+(c^2-d^2)^2+(ab-cd)^2=0$

$\Rightarrow a=b=c=d$

Vậy $a^4+b^4+c^4+d^4=4abcd$ và $a,b,c,d>0 \Rightarrow a=b=c=d$ (đpcm)

VINASTUDY.VN