

VINA 3 – BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 8

GIÁO VIÊN: NGUYỄN THÀNH LONG

PHƯƠNG PHÁP HỆ SỐ BẤT ĐỊNH – ĐÁP ÁN

www.vinastudy.vn**Bài 1:** Phân tích đa thức thành nhân tử: $x^3 - 19x - 30$ **Bài giải:**

Vì hệ số của hạng tử có bậc cao nhất là 1 nên có thể phân tích đa thức trên thành hai nhân tử là $x + a$; $x^2 + bx + c$

$$x^3 - 19x - 30 = (x + a)(x^2 + bx + c)$$

$$x^3 - 19x - 30 = x^3 + (a + b)x^2 + (ab + c)x + ac$$

$$\text{Từ đó suy ra: } \begin{cases} a + b = 0 \\ ab + c = -19 \\ ac = -30 \end{cases}$$

Vì a, c là các số nguyên nên a, c là các ước nguyên của -30

$$\Rightarrow a \in \{1; -1; 2; -2; 3; -3; 5; -5; 6; -6; 10; -10; 15; -15; 30; -30\}$$

Thử các trường hợp ta thấy: $a = 2$; $c = -15$ khi đó $b = -2$ thỏa mãn hệ trên.

$$\text{Do đó: } x^3 - 19x - 30 = (x + 2)(x^2 - 2x - 15)$$

Bài 2: Phân tích đa thức thành nhân tử: $x^4 + 6x^3 + 7x^2 + 6x + 1$ **Bài giải:**

Ta thấy ± 1 không phải là nghiệm của đa thức trên nên đa thức không có nghiệm nguyên, cũng không có nghiệm hữu tỉ. Như vậy nếu đa thức phân tích thành nhân tử thì phải có dạng:

$$x^4 + 6x^3 + 7x^2 + 6x + 1 = (x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$$

$$x^4 + 6x^3 + 7x^2 + 6x + 1 = x^4 + (a + c)x^3 + (ac + b + d)x^2 + (ad + bc)x + bd$$

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} a + c = 6 \\ ac + b + d = 7 \\ ad + bc = 6 \\ db = 1 \end{cases}$$

Vì b, d là các số nguyên nên b, d là các ước nguyên của 1.

$$\Rightarrow b \in \{1; -1\}$$

Thử các trường hợp trên ta tìm được: $a = b = d = 1; c = 5$

$$\text{Do đó: } x^4 + 6x^3 + 7x^2 + 6x + 1 = (x^2 + x + 1)(x^2 + x + 5)$$

Bài 3: Phân tích đa thức thành nhân tử: $x^4 - 6x^3 + 12x^2 - 14x + 3$

Bài giải:

Thử $x = \pm 1$ hoặc $x = \pm 3$ không là nghiệm của đa thức, đa thức không có nghiệm nguyên cũng không có nghiệm hữu tỉ. Đa thức trên phân tích được thành nhân tử có dạng:

$$x^4 - 6x^3 + 12x^2 - 14x + 3 = (x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$$

$$x^4 - 6x^3 + 12x^2 - 14x + 3 = x^4 + (a+c)x^3 + (ac+b+d)x^2 + (ad+bc)x + bd$$

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} a+c = -6 \\ ac+b+d = 12 \\ ad+bc = -14 \\ bd = 3 \end{cases}$$

Vì b, d là các số nguyên nên b, d là các ước nguyên của 3.

$$\Rightarrow b \in \{1; -1; 3; -3\}$$

Thử các trường hợp trên ta tìm được: $b = 3; d = 1; a = -2; c = -4$

$$\text{Do đó: } x^4 - 6x^3 + 12x^2 - 14x + 3 = (x^2 - 2x + 3)(x^2 - 4x + 1)$$

Bài 4: Phân tích đa thức thành nhân tử: $x^3 - 5x^2 + 8x - 4$

Bài giải:

Vì hệ số của số hạng có bậc cao nhất là 1 nên đa thức trên phân tích được thành hai nhân tử $x + a; x^2 + bx + c$, ta được:

$$x^3 - 5x^2 + 8x - 4 = (x + a)(x^2 + bx + c)$$

$$x^3 - 5x^2 + 8x - 4 = x^3 + (a+b)x^2 + (ab+c)x + ac$$

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} a+b = -5 \\ ab+c = 8 \\ ac = -4 \end{cases}$$

Vì a, c là các số nguyên nên a, c là các ước nguyên của 4.

$$\Rightarrow a \in \{1; -1; 2; -3; 4; -4\}$$

Thử các trường hợp trên, ta được: $a = -1; b = -4; c = 4$.

$$\text{Do đó: } x^3 - 5x^2 + 8x - 4 = (x-1)(x^2 - 4x + 4) = (x-1)(x-2)^2$$

Bài 5: Phân tích đa thức thành nhân tử: $x^4 - 6x^3 + 11x^2 - 6x + 1$

Bài giải:

Vì ± 1 không là nghiệm của đa thức nên đa thức $x^4 - 6x^3 + 11x^2 - 6x + 1$ phân tích được thành hai nhân tử: $x^2 + ax + b$; $x^2 + cx + d$, ta được:

$$x^4 - 6x^3 + 11x^2 - 6x + 1 = (x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$$

$$x^4 - 6x^3 + 11x^2 - 6x + 1 = x^4 + (a+c)x^3 + (ac+b+d)x^2 + (ad+bc)x + bd$$

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} a+c = -6 \\ ac+b+d = 11 \\ ad+bc = -6 \\ bd = 1 \end{cases}$$

Vì b, d là các số nguyên nên b, d là các ước của 1.

$$\Rightarrow b \in \{1; -1\}$$

Thử các trường hợp trên ta được: $a = -3; b = 1; c = -3; d = 1$.

$$\text{Do đó: } x^4 - 6x^3 + 11x^2 - 6x + 1 = (x^2 - 3x + 1)(x^2 - 3x + 1) = (x^2 - 3x + 1)^2$$

Bài 6: Phân tích đa thức thành nhân tử: $x^4 - x^3 + 2x^2 - 11x - 5$

Bài giải:

Vì $\pm 1; \pm 5$ không là nghiệm của đa thức nên đa thức $x^4 - x^3 + 2x^2 - 11x - 5$ phân tích được thành hai nhân tử: $x^2 + ax + b$; $x^2 + cx + d$, ta được:

$$x^4 - x^3 + 2x^2 - 11x - 5 = (x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$$

$$x^4 - x^3 + 2x^2 - 11x - 5 = x^4 + (a+c)x^3 + (ac+b+d)x^2 + (ad+bc)x + bd$$

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} a+c=-1 \\ ac+b+d=2 \\ ad+bc=-11 \\ bd=-5 \end{cases}$$

Vì b, d là các số nguyên nên b, d là các ước của -5.

$$\Rightarrow b \in \{1; -1; 5; -5\}$$

Thử các trường hợp trên ta được: $a = -2; b = -1; c = 1; d = 5$.

$$\text{Do đó: } x^4 - x^3 + 2x^2 - 11x - 5 = (x^2 - 2x - 1)(x^2 + x + 5)$$

Bài 7: Phân tích đa thức sau thành nhân tử bằng hệ số bất định:

$$2x^2 - 7xy + 6y^2 + 9x - 13y - 5$$

Bài giải:

$$\text{Đồng nhất: } (ax + by + c)(mx + ny + d) = 2x^2 - 7xy + 6y^2 + 9x - 13y - 5$$

$$\text{Đáp số: } (2x - 3y - 1)(x - 2y + 5)$$

Bài 8: Phân tích đa thức sau thành nhân tử bằng hệ số bất định:

$$2x^4 - 7x^3 + 17x^2 - 20x + 14$$

Bài giải:

$$\text{Đồng nhất: } (ax^2 + bx + c)(mx^2 + nx + d) = 2x^4 - 7x^3 + 17x^2 - 20x + 14$$

$$\text{Đáp số: } (x^2 - 2x + 2)(2x^2 - 3x + 7)$$

Bài 9: Phân tích đa thức sau thành nhân tử bằng hệ số bất định:

$$2x^4 - 19x^3 + 2002x^2 - 9779x + 11670$$

Bài giải:

$$\text{Đáp số: } (x - 3)(x - 2)(2x^2 - 9x + 1945)$$