

VINA 3 – BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 8

GIÁO VIÊN: NGUYỄN THÀNH LONG

PHƯƠNG PHÁP XÉT GIÁ TRỊ RIÊNG – ĐÁP ÁN

www.vinastudy.vn

Bài 1: Phân tích đa thức thành nhân tử: $P = (x + y + z)^3 - x^3 - y^3 - z^3$

Bài giải:

$$P = (x + y + z)^3 - x^3 - y^3 - z^3$$

Coi P là một đa thức biến x

Khi đó nếu $x = -y$ thì $P = 0 \Rightarrow P : (x + y)$

Trong P, vai trò của x, y, z như nhau nên.

$$P : (x + z)$$

$$P : (y + z)$$

$$\Rightarrow P = (x + y)(y + z)(z + x) \cdot Q$$

Mà P là đa thức bậc 2 đối với biến x, y, z nên Q là hằng số.

Với $x = 0; y = z = 1$ ta có: $Q = 3$

$$\text{Vậy } P = 3 \cdot (x + y)(y + z)(z + x)$$

Bài 2: Phân tích đa thức thành nhân tử:

$$M = a(b+c)(b^2-c^2) + b(c+a)(c^2-a^2) + c(a+b)(a^2-b^2)$$

Bài giải:

$$M = a(b+c)(b^2-c^2) + b(c+a)(c^2-a^2) + c(a+b)(a^2-b^2)$$

Coi M là đa thức biến a

Khi $a = b$ thì $M = 0$

$$\Rightarrow M : (a - b)$$

Trong đó M vai trò của a, b, c như nhau nên:

$$M : (b-c)$$

$$M : (c-a)$$

$$\text{Suy ra: } M = (a-b)(b-c)(c-a).N$$

Vì M là đa thức bậc 3 đối với biến a nên N là đa thức bậc nhất đối với a.

Nhưng do a, b, c có vai trò như nhau nên:

$$N = (a+b+c).R \text{ (với } R \text{ là hằng số)}$$

$$\text{Suy ra: } M = (a-b)(b-c)(c-a).(a+b+c).R$$

$$\text{Chọn } a = 0; b = 1; c = 2 \text{ thì } R = 1$$

$$\text{Vậy } M = (a-b)(b-c)(c-a)(a+b+c)$$

Bài 3: Phân tích đa thức thành nhân tử: $P = ab(a-b) + bc(b-c) + ca(c-a)$

Bài giải:

$$P = ab(a-b) + bc(b-c) + ca(c-a) \text{ Coi } M \text{ là đa thức biến } a$$

$$\text{Khi } a = b \text{ thì } P = 0$$

$$\Rightarrow P : (a-b)$$

Trong đó P vai trò của a, b, c như nhau nên:

$$P : (b-c)$$

$$P : (c-a)$$

$$\text{Suy ra: } P = (a-b)(b-c)(c-a).M$$

Vì P là đa thức bậc 2 đối với biến a nên M là hằng số.

$$\text{Chọn } a = 2; b = 1; c = 0 \text{ thì } 2 = m(-2) \Rightarrow m = -1$$

$$\text{Vậy } P = -(a-b)(b-c)(c-a)$$

Bài 4: Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $P = x^2(y-z) + y^2(z-x) + z^2(x-y)$

Bài giải:

$$P = x^2(y-z) + y^2(z-x) + z^2(x-y)$$

Coi P là một đa thức biến x

$$\text{Khi đó nếu } x = y \text{ thì } P = 0 \Rightarrow P : (x-y)$$

Trong P, vai trò của x, y, z như nhau nên.

$$P : (y-z)$$

$$P : (z-x)$$

$$\Rightarrow P = (x-y)(y-z)(z-x) \cdot Q$$

Mà P là đa thức bậc 2 đối với biến x, y, z nên Q là hằng số.

$$\text{Với } x=2; y=1; z=0 \text{ ta có: } 4 \cdot 1 + 1 \cdot (-2) + 0 = Q \cdot 1 \cdot 1 \cdot (-2) \text{ suy ra: } Q = -1$$

$$\text{Vậy } P = -(x-y)(y-z)(z-x)$$

Bài 5: Phân tích đa thức sau thành nhân tử:

$$\text{a) } A = x(y+z-x)^2 + y(z+x-y)^2 + z(x+y-z)^2 + (x+y-z)(y+z-x)(z+x-y)$$

$$\text{b) } B = (xy)^2 \cdot (x-y) + (yz)^2(y-z) + (zx)^2(z-x)$$

$$\text{c) } C = x(y^2+z^2) + y(z^2+x^2) + z(x^2+y^2) + 2xyz$$