

VINA 3 – BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 8
GIÁO VIÊN: NGUYỄN THÀNH LONG
CÁC BÀI TOÁN VỀ BIỂU THỨC HỮU TỈ (PHẦN 1)

www.vinastudy.vn

Bài 1: Cho biểu thức: $A = \frac{x^4 - 5x^2 + 4}{x^4 - 10x^2 + 9}$

a) Rút gọn A

b) Tìm x để A = 0

c) Tìm giá trị của A khi $|2x - 1| = 7$

Bài giải:

a) Đkxd:

$$x^4 - 10x^2 + 9 \neq 0 \Leftrightarrow [(x^2)^2 - x^2] - (9x^2 - 9) \neq 0 \Leftrightarrow x^2(x^2 - 1) - 9(x^2 - 1) \neq 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 1)(x^2 - 9) \neq 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x + 1)(x - 3)(x + 3) \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq -1 \\ x \neq 3 \\ x \neq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \pm 1 \\ x \neq \pm 3 \end{cases}$$

$$\text{Từ: } x^4 - 5x^2 + 4 = [(x^2)^2 - x^2] - (x^2 - 4) = x^2(x^2 - 1) - 4(x^2 - 1)$$

$$= (x^2 - 1)(x^2 - 4) = (x - 1)(x + 1)(x - 2)(x + 2)$$

$$\text{Với } x \neq \pm 1; x \neq \pm 3 \text{ thì } A = \frac{(x - 1)(x + 1)(x - 2)(x + 2)}{(x - 1)(x + 1)(x - 3)(x + 3)} = \frac{(x - 2)(x + 2)}{(x - 3)(x + 3)}$$

$$\text{b) } A = 0 \Leftrightarrow \frac{(x - 2)(x + 2)}{(x - 3)(x + 3)} = 0 \Leftrightarrow (x - 2)(x + 2) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$$

$$\text{c) } |2x - 1| = 7 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 1 = 7 \\ 2x - 1 = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 8 \\ 2x = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -3 \end{cases}$$

$$\text{*Với } x = 4 \text{ thì } A = \frac{(x - 2)(x + 2)}{(x - 3)(x + 3)} = \frac{(4 - 2)(4 + 2)}{(4 - 3)(4 + 3)} = \frac{12}{7}$$

*Với $x = -3$ thì A không xác định

Bài 2: Cho biểu thức $B = \frac{2x^3 - 7x^2 - 12x + 45}{3x^3 - 19x^2 + 33x - 9}$

a) Rút gọn B

b) Tìm x để $B > 0$

Bài giải:

$$\begin{aligned} \text{a) Phân tích mẫu: } 3x^3 - 19x^2 + 33x - 9 &= (3x^3 - 9x^2) - (10x^2 - 30x) + (3x - 9) \\ &= (x-3)(3x^2 - 10x + 3) = (x-3)[(3x^2 - 9x) - (x-3)] = (x-3)^2(3x-1) \end{aligned}$$

$$\text{Đkxd: } (x-3)^2(3x-1) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 3; x \neq \frac{1}{3}$$

b) Phân tích tử, ta có:

$$\begin{aligned} 2x^3 - 7x^2 - 12x + 45 &= (2x^3 - 6x^2) - (x^2 - 3x) - (15x - 45) = (x-3)(2x^2 - x - 15) \\ &= (x-3)[(2x^2 - 6x) + (5x - 15)] = (x-3)^3(2x+5) \end{aligned}$$

$$\text{Với } x \neq 3; x \neq \frac{1}{3}$$

$$\text{Thì } B = \frac{2x^3 - 7x^2 - 12x + 45}{3x^3 - 19x^2 + 33x - 9} = \frac{(x-3)^2(2x+5)}{(x-3)^2(3x-1)} = \frac{2x+5}{3x-1}$$

$$\text{c) } B > 0 \Leftrightarrow \frac{2x+5}{3x-1} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-1 > 0 \\ 2x+5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{3} \\ x > -\frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{3} \\ x < -\frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\text{Bài 3: Cho biểu thức: } C = \left(\frac{1}{1-x} + \frac{2}{x+1} - \frac{5-x}{1-x^2} \right) : \frac{1-2x}{x^2-1}$$

a) Rút gọn biểu thức C

b) Tìm giá trị nguyên của x để giá trị của biểu thức C là số nguyên

Bài giải:

$$\text{a) Đkxd: } x \neq \pm 1$$

$$C = \left(\frac{1}{1-x} + \frac{2}{x+1} - \frac{5-x}{1-x^2} \right) : \frac{1-2x}{x^2-1} = \left[\frac{1+x+2(1-x)-5}{(1-x)(1+x)} \right] \cdot \frac{(x-1)(x+1)}{1-2x} = \frac{-2}{2x-1}$$

b) C có giá trị nguyên khi x là số nguyên thì $\frac{-2}{2x-1}$ có giá trị nguyên

$$\Leftrightarrow 2x-1 \text{ là Ư}(2) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1=1 \\ 2x-1=-1 \\ 2x-1=2 \\ 2x-1=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=0 \\ x=1,5 \\ x=-1 \end{cases}$$

Đối chiếu với Đkxđ thì chỉ có $x = 0$ thỏa mãn

Bài 4: Cho biểu thức $D = \frac{x^3 + x^2 - 2x}{x|x+2| - x^2 + 4}$

a) Rút gọn biểu thức D

b) Tìm x nguyên để D có giá trị nguyên

c) Tìm giá trị của D khi $x = 6$

Bài giải:

a) Nếu $x+2 > 0$ thì $|x+2| = x+2$ nên

$$D = \frac{x^3 + x^2 - 2x}{x|x+2| - x^2 + 4} = \frac{x^3 + x^2 - 2x}{x(x+2) - x^2 + 4} = \frac{x(x-1)(x+2)}{x(x+2) - (x-2)(x+2)} = \frac{x^2 - x}{2}$$

Nếu $x+2 < 0$ thì $|x+2| = -(x+2)$ nên

$$D = \frac{x^3 + x^2 - 2x}{x|x+2| - x^2 + 4} = \frac{x^3 + x^2 - 2x}{-x(x+2) - x^2 + 4} = \frac{x(x-1)(x+2)}{-x(x+2) - (x-2)(x+2)} = \frac{-x}{2}$$

Nếu $x+2 = 0 \Rightarrow x = -2$ thì biểu thức D không xác định

b) Để D có giá trị nguyên thì $\frac{x^2-x}{2}$ hoặc $\frac{-x}{2}$ có giá trị nguyên

$$+) \frac{x^2-x}{2} \text{ có giá trị nguyên} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-x:2 \\ x > -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(x-1):2 \\ x > -2 \end{cases}$$

Vì $x(x-1)$ là tích của hai số nguyên liên tiếp nên chia hết cho 2 với mọi $x > -2$

$$+) \frac{-x}{2} \text{ có giá trị nguyên} \Leftrightarrow \begin{cases} x:2 \\ x < -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2k \\ x < -2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2k (k \in \mathbb{Z}; k < -1)$$

$$c) \text{ Khi } x = 6 \Rightarrow x > -2 \text{ nên } D = \frac{x^2 - x}{2} = \frac{6(6-1)}{2} = 15$$

VINASTUDY.VN