

VINA 3 – BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 8
GIÁO VIÊN: NGUYỄN THÀNH LONG
CÁC BÀI TOÁN VỀ BIỂU THỨC HỮU TỈ (PHẦN 2)

www.vinastudy.vn

Bài 1: Rút gọn biểu thức:

$$A = \frac{\frac{a^2(c-b)}{bc} + \frac{b^2(a-c)}{ac} + \frac{c^2(b-a)}{ab}}{\frac{a(c-b)}{bc} + \frac{b(a-c)}{ac} + \frac{c(b-a)}{ab}} ?$$

Bài giải:

$$\text{Tử số} = \frac{a^3(c-b) + b^3(a-c) + c^3(b-a)}{abc}$$

$$= \frac{a^3c - c^3a - b(a^3 - c^3) + b^3(a-c)}{abc}$$

$$= \frac{(a-c)[ac(a+c) - b(a^2 + ac + c^2) + b^3]}{abc}$$

$$= \frac{(a-c)[a^2c + ac^2 - ba^2 - bac - bc^2 + b^3]}{abc}$$

$$= \frac{(a-c)(c-b)(a^2 + ac - bc - b^2)}{abc}$$

$$= \frac{(a-c)(c-b)(a-b)(a+b+c)}{abc}$$

Mẫu số :

$$\frac{a^2(c-b) + b^2(a-c) + c^2(b-a)}{abc}$$

$$= \frac{(a^2c - c^2a) + b^2(a-c) - b(a^2 - c^2)}{abc}$$

$$= \frac{ac(a-c) + b^2(a-c) - (a-c)(ba + bc)}{abc}$$

$$= \frac{(a-c)(c-b)(b-a)}{abc}$$

$$A = a + b + c$$

Bài 2: Tìm giá trị của biểu thức $A = \frac{x-y}{x+y}$ biết rằng $x^2 - 2y^2 = xy$ ($y \neq 0, x+y \neq 0$) ?

Bài giải:

$$\text{Vì } x^2 - y^2 = 2xy$$

$$\text{Mà } y \neq 0 \text{ nên } \frac{x^2 - y^2}{y^2} = \frac{2xy}{y^2} \Leftrightarrow \left(\frac{x}{y}\right)^2 - 2 = \frac{x}{y}$$

Đặt $t = \frac{x}{y}$ ta có:

$$t^2 - t - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (t-2)(t+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = -1 \Rightarrow \frac{x}{y} = -1 \Rightarrow x = -y \Rightarrow x + y = 0 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } t = \frac{x}{y} = 2$$

$$\text{Mà } A = \frac{x-y}{x+y} = \frac{\frac{x}{y} - 1}{\frac{x}{y} + 1} = \frac{2-1}{2+1} = \frac{1}{3}$$

Bài 3: Tính $B = \frac{(27x^3 - y^3)(16y^2 - x^2)}{(x+4y)(9x^2 + 3xy + y^2)}$ tại $x = -1, y = \frac{1}{2}$

Bài giải:

$$B = \frac{[(3x)^3 - y^3] \cdot [(4y)^2 - x^2]}{(x+4y) \cdot (9x^2 + 3xy + y^2)}$$

$$B = \frac{(3x-y) \cdot (9x^2 + 3xy + y^2) \cdot (4y-x)(4y+x)}{(x+4y)(9x^2 + 3xy + y^2)}$$

$$B = (3x-y)(4y-x) = \left(-3 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(4 \cdot \frac{1}{2} + 1\right) = \frac{-15}{2}$$

Bài 4: Tìm giá trị nguyên của x để giá trị của biểu thức $C = \frac{2x^3 + x^2 + x + 4}{2x-1}$ là số nguyên ?

Bài giải:

Liên hệ đăng kí học online tại www.vinastudy.vn - 0932-39-39-56

Liên hệ đăng kí học offline tại Hoàng Ngọc Phách - Đống Đa - Hà Nội -0832.64.64.64 -Trang 2

$$C = \frac{2x^3 - x^2 + 2x^2 - x + 2x - 1 + 5}{2x - 1}$$

$$= \frac{(x^2 + x + 1)(2x - 1) + 5}{2x - 1} = x^2 + x + 1 + \frac{5}{2x - 1}$$

$$\Rightarrow 2x - 1 \in U(5)$$

Bài 5: Tìm các số nguyên x để phân thức sau có giá trị nguyên:

a) $\frac{3}{x^2 - x + 1}$

b) $\frac{x^2 - x + 2}{x - 3}$

Bài giải:

a) $x^2 - x + 1 \in U(3) = \{\pm 1; \pm 3\}$

mà $x^2 - x + 1 = x^2 - 2 \cdot \frac{1}{2}x + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0$

$$\Rightarrow x^2 - x + 1 \in \{1; 3\}$$

+) $x^2 - x + 1 = 1$

+) $x^2 - x + 1 = 3$

Bài 6: Tìm $x \in Z$ để $P \in Z$

$$P = \frac{x + 2}{x^2 + 2}$$

Bài giải:

$$x + 2 : (x^2 + 2)$$

$$x(x + 2) : x^2 + 2$$

$$x^2 + 2x : x^2 + 2$$

$$x^2 + 2 + 2x - 2 : x^2 + 2$$

$$2x - 2 : x^2 + 2$$

$$2(x + 2) - 6 : x^2 + 2$$

Mà $(x + 2) : (x^2 + 2) \Rightarrow 6 : x^2 + 2 \Rightarrow x^2 + 2 \in U(6) \Rightarrow x^2 + 2 \in \{1, 2, 3, 6\}$

Bài 7: Tìm x nguyên để các biểu thức sau nguyên:

$$P = \frac{x^3 - 3x + 37}{x - 3} ?$$

Bài giải:

$$P = x^2 + \frac{37}{x-3} \Rightarrow x-3 \in U(37) = \{\pm 37; \pm 1\}$$

VINASTUDY.VN