

VINA 3 – BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 8
GIÁO VIÊN: NGUYỄN THÀNH LONG
PHƯƠNG TRÌNH BẬC CAO ĐƯA VỀ ĐẶT ẨN PHỤ – ĐÁP ÁN

www.vinastudy.vn

Bài 1: Giải phương trình $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 2\left(x + \frac{1}{x}\right) - 8 = 0$

Bài giải:

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 2\left(x + \frac{1}{x}\right) - 8 = 0$$

ĐKXĐ: $x \neq 0$

$$\Leftrightarrow \left[\left(x + \frac{1}{x}\right) - 2\right] \left[\left(x + \frac{1}{x}\right) + 4\right] = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left(x + \frac{1}{x}\right) - 2 = 0 \\ \left(x + \frac{1}{x}\right) + 4 = 0 \end{cases}$$

+) Với $x + \frac{1}{x} - 2 = 0$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \text{ (thỏa mãn)}$$

+) Với $x + \frac{1}{x} + 4 = 0$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 = 3$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+2 = \sqrt{3} \\ x+2 = -\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{3} - 2 \\ x = -\sqrt{3} - 2 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \{1; \sqrt{3} - 2; -\sqrt{3} - 2\}$

Bài 2: Giải phương trình: $(x+2)(x+4)(x+6)(x+8)+16=0$

Bài giải:

$$(x+2)(x+4)(x+6)(x+8)+16=0$$

$$\Leftrightarrow (x+5-3)(x+5-1)(x+5+1)(x+5+3)+16=0$$

Đặt: $t = x + 5$, khi đó ta được:

$$(t-3)(t-1)(t+1)(t-3)+16=0$$

$$\Leftrightarrow (t^2-9)(t^2-1)+16=0$$

$$\Leftrightarrow t^4-10t^2+9+16=0$$

$$\Leftrightarrow t^4-10t^2+25=0$$

$$\Leftrightarrow (t^2-5)^2=0$$

$$\Leftrightarrow t^2-5=0$$

$$\Leftrightarrow t^2=5$$

$$\Leftrightarrow t = \pm\sqrt{5}$$

+) Nếu $t = \sqrt{5}$ suy ra: $x + 5 = \sqrt{5}$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt{5} - 5$$

+) Nếu $t = -\sqrt{5}$ suy ra: $x + 5 = -\sqrt{5}$

$$\Leftrightarrow x = -\sqrt{5} - 5$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \{\sqrt{5} - 5; -\sqrt{5} - 5\}$

Bài 3: Giải phương trình: $(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)-24=0$.

Bài giải:

$$(x + 2)(x + 3)(x + 4)(x + 5) - 24 = 0$$

$$\Leftrightarrow [(x + 2)(x + 5)] [(x + 3)(x + 4)] - 24 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 + 7x + 10)(x^2 + 7x + 12) - 24 = 0$$

Đặt: $t = x^2 + 7x + 11$. Khi đó, ta được:

$$(t - 1)(t + 1) - 24 = 0$$

$$\Leftrightarrow t^2 - 1 - 24 = 0$$

$$\Leftrightarrow t^2 - 25 = 0$$

$$\Leftrightarrow t = \pm 5$$

+) Với $t = 5$ suy ra: $x^2 + 7x + 11 = 5$

$$\Leftrightarrow x^2 + 7x + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 1)(x + 6) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -6 \end{cases}$$

+) Với $t = -5$ suy ra: $x^2 + 7x + 11 = -5$

$$\Leftrightarrow x^2 + 7x + 16 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{7}{2}\right)^2 + \frac{15}{4} = 0 \quad (1)$$

Mà: $\left(x + \frac{7}{2}\right)^2 + \frac{15}{4} > 0$ với mọi x .

Nên phương trình (1) vô nghiệm.

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \{-1; -6\}$

Bài 4: Giải phương trình: $x(x + 1)(x + 2)(x + 3) + 1 = 0$.

Bài giải:

$$x(x + 1)(x + 2)(x + 3) + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow [x(x + 3)] [(x + 1)(x + 2)] + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 2) + 1 = 0$$

Đặt: $t = x^2 + 3x + 1$. Khi đó, ta được:

$$(t-1)(t+1) + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow t^2 - 1 + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow t^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow t = 0$$

Suy ra: $x^2 + 3x + 1 = 0$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{5}{4} = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{5}{4}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{3}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2} \\ x + \frac{3}{2} = -\frac{\sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\sqrt{5}-3}{2} \\ x = \frac{-\sqrt{5}-3}{2} \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \left\{ \frac{\sqrt{5}-3}{2}; \frac{-\sqrt{5}-3}{2} \right\}$

Bài 5: Giải phương trình: $(x+2)^4 + (x+8)^4 = 272$.

Bài giải:

$$(x+2)^4 + (x+8)^4 = 272$$

Đặt $t = x + 5$ khi đó, ta được:

$$(t-3)^4 + (t+3)^4 = 272$$

$$\Leftrightarrow t^4 - 12t^3 + 54t^2 - 108t + 81 + t^4 + 12t^3 + 54t^2 + 108t + 81 = 272$$

$$\Leftrightarrow 2(t^4 + 54t^2 + 81) = 272$$

$$\Leftrightarrow t^4 + 54t^2 - 55 = 0$$

$$\Leftrightarrow (t^2 - 1)(t^2 + 55) = 0$$

$$\Leftrightarrow t^2 - 1 = 0 \quad (\text{vì } t^2 + 55 > 0 \text{ với mọi } x)$$

$$\Leftrightarrow t = \pm 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + 5 = 1 \\ x + 5 = -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = -6 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \{-4; -6\}$

Bài 6: Giải phương trình: $(x+6)^4 + (x+4)^4 = 82$.

Bài giải:

$$(x+6)^4 + (x+4)^4 = 82$$

Đặt: $t = x + 5$. Khi đó, ta được:

$$(t+1)^4 + (t-1)^4 = 82$$

$$\Leftrightarrow t^4 + 4t^3 + 6t^2 + 4t + 1 + t^4 - 4t^3 + 6t^2 - 4t + 1 = 82$$

$$\Leftrightarrow 2(t^4 + 6t^2 + 1) = 82$$

$$\Leftrightarrow t^4 + 6t^2 - 40 = 0$$

$$\Leftrightarrow (t^2 - 4)(t^2 + 10) = 0$$

Vì $t^2 + 10 > 0$ nên $t^2 - 4 = 0$

$$\Leftrightarrow t^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow t = \pm 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + 5 = 2 \\ x + 5 = -2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = -7 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \{-3; -7\}$

Bài 7: Giải phương trình: $(2x^2 - x - 3)^2 - 7(2x^2 - x + 3) + 42 = 0$

Bài giải:

$$(2x^2 - x - 3)^2 - 7(2x^2 - x + 3) + 42 = 0$$

Đặt: $2x^2 - x - 3 = y$

Phương trình trở thành: $y^2 - 7(y + 6) + 42 = 0$

$$\Leftrightarrow y(y - 7) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = 7 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} 2x^2 - x - 3 = 0 \\ 2x^2 - x - 10 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (2x - 3)(x + 1) = 0 \\ (2x - 5)(x + 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ x = -1 \\ x = \frac{5}{2} \\ x = -2 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \left\{ \frac{3}{2}; -1; -2; \frac{5}{2} \right\}$

Bài 8: Giải phương trình: $x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 3x + 1 = 0$

Bài giải:

$$x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 3x + 1 = 0 \quad (1)$$

Ta thấy $x = 0$ không là nghiệm của phương trình (1).

Chia hai vế của (1) cho x^2 ta được:

$$\begin{aligned} x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 3x + 1 &= 0 \\ \Leftrightarrow \left(x^2 + \frac{1}{x^2} \right) + 3 \left(x + \frac{1}{x} \right) + 4 &= 0 \end{aligned}$$

Đặt $x + \frac{1}{x} = y$ thì $x^2 + \frac{1}{x^2} = y^2 - 2$ ta được: $y^2 + 3y + 2 = 0$

$$\text{Do đó: } y^2 + 3y + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ y = -2 \end{cases}$$

Với $y = -1$ ta có: $x + \frac{1}{x} = -1$ nên $x^2 + x + 1 = 0$ vô nghiệm

Với $y = -2$ ta có: $x + \frac{1}{x} = -2$ nên $(x+1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = -1$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \{-1\}$

Bài 9: Giải phương trình: $2x^4 - 7x^3 + 9x^2 - 7x + 2 = 0$

Bài giải:

Vì $x = 0$ không phải là nghiệm của phương trình nên chia hai vế của phương trình cho x^2 ta được:

$$2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 7\left(x + \frac{1}{x}\right) + 9 = 0$$

$$\text{Đặt: } x + \frac{1}{x} = y \text{ thì } y^2 - 2 = x^2 + \frac{1}{x^2}$$

Do đó ta có:

$$2(y^2 - 2) - 7y + 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2y^2 - 7y + 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow (y-1)(2y-5) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ y = \frac{5}{2} \end{cases}$$

+) Với $y = 1$ ta có: $x + \frac{1}{x} = 1 \Leftrightarrow x^2 - x + 1 = 0$ vô nghiệm vì $x^2 - x + 1 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0, \forall x$

+) Với $y = \frac{5}{2}$ ta có: $x + \frac{1}{x} = \frac{5}{2} \Leftrightarrow 2\left(x + \frac{1}{x}\right) = 5 \Leftrightarrow 2x^2 - 5x + 2 = 0$

$$\Leftrightarrow (2x-1)(x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \left\{2; \frac{1}{2}\right\}$