

VINA 3 – BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 8

GIÁO VIÊN: NGUYỄN THÀNH LONG

SỬ DỤNG CÔNG THỨC TÍNH DIỆN TÍCH TAM GIÁC THUẦN TÚY VÀ THIẾT LẬP QUAN HỆ ĐỘ DÀI

www.vinastudy.vn

Bài 1: Cho ΔABC , $BC = 2\sqrt{3}$ cm. Một đường thẳng song song với BC cắt AB tại điểm M , cắt AC tại N . Biết diện tích $MNCB$ bằng $\frac{1}{4}$ diện tích tam giác ABC . Tính độ dài MN .

Bài giải:

Vì $MN \parallel BC$ nên $\Delta AMN \sim \Delta ABC$

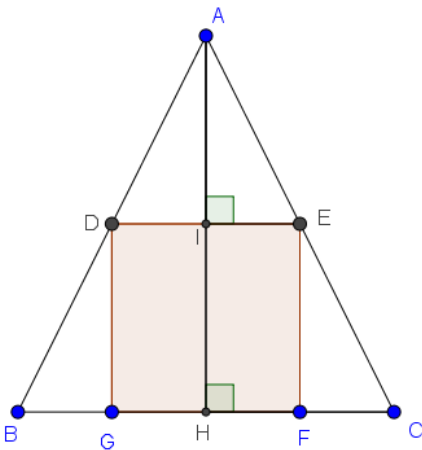
$$\Rightarrow \left(\frac{MN}{BC}\right)^2 = \frac{S_{AMN}}{S_{ABC}} = \frac{3}{4} \Rightarrow \left(\frac{MN}{2\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow MN = 3 \text{ (cm)}$$

Vậy $MN = 3$ cm

Bài 2: Tam giác ABC có $BC = 12$ cm, đường cao $AH = 20$ cm. Tính cạnh hình vuông $DEFG$ có D thuộc AB , E thuộc AC , F thuộc BC .

Bài giải:



Gọi I là giao điểm của AH và DE . Ta có: $AH \perp BC$, $DE \parallel BC$ nên $AH \perp DE$.

Ta có: $DE \parallel BC$ nên $\Delta ADE \sim \Delta ABC$, do đó tỉ số hai đường cao AI và AH bằng tỉ số đồng

$$\text{dạng } \frac{AI}{AH} = \frac{DE}{BC}.$$

Đặt: $DE = EF = IH = x$, ta có: $\frac{20-x}{2012} = x$

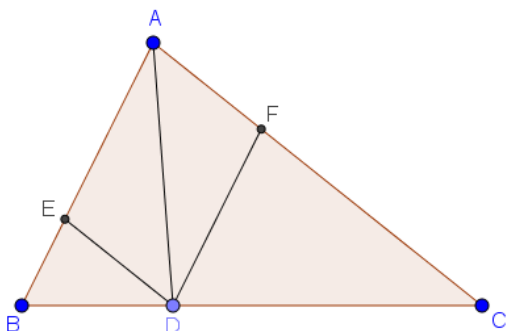
$$\Leftrightarrow 12(20-x) = 20x \Leftrightarrow 240 - 12x = 20x$$

$$\Leftrightarrow x = 7,5$$

Vậy cạnh của hình vuông bằng 7,5 cm.

Bài 3: Cho tam giác ABC và hình bình hành AEDF có E thuộc AB, D thuộc BC, F thuộc AC. Tính diện tích hình bình hành, biết rằng $S_{EBD} = 3 \text{ cm}^2$; $S_{FDC} = 12 \text{ cm}^2$.

Bài giải:



ΔEBD và ΔFDC đồng dạng (g.g) nên $\frac{S_{EBD}}{S_{FDC}} = \left(\frac{BE}{DF}\right)^2 = \left(\frac{ED}{FC}\right)^2$

Ta có: $S_{EBD} : S_{FDC} = 3 : 12 = 1 : 4 = \left(\frac{1}{2}\right)^2$

Do đó: $\frac{BE}{DF} = \frac{ED}{FC} = \frac{1}{2}$

Suy ra: $AE = DF = 2BE$; $AF = ED = \frac{1}{2}FC$

Vậy $S_{ADE} = 2.S_{BED} = 2.3 = 6(\text{cm}^2)$

$$S_{ADF} = \frac{1}{2}.S_{FDC} = \frac{1}{2}.12 = 6(\text{cm}^2)$$

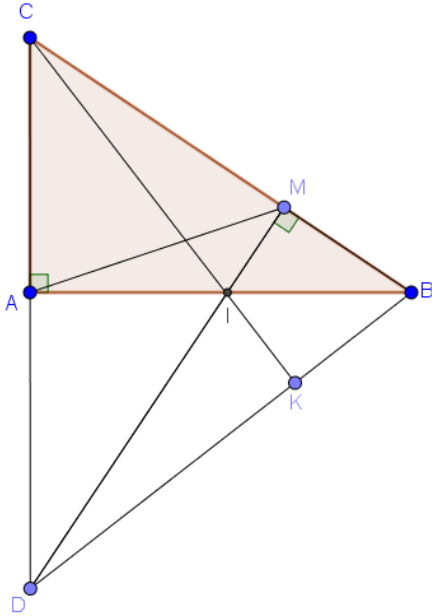
$$S_{AEDF} = S_{ADE} + S_{ADF} = 6 + 6 = 12(\text{cm}^2)$$

Bài 4: Cho ΔABC vuông tại A có $AB > AC$, M là một điểm tùy ý trên BC. Qua M kẻ $Mx \perp BC$ và cắt đoạn AB tại I, cắt tia CA tại D.

a) Chứng minh rằng: $\Delta ABC \sim \Delta MDC$.

- b) Chứng minh rằng: $BI \cdot BA = BM \cdot BC$
- c) CI cắt BD tại K . Chứng minh: $BI \cdot BA + CI \cdot CK$ không phụ thuộc vào vị trí M .
- d) Cho $\angle ACB = 60^\circ$ và diện tích $\triangle CDB$ bằng 60 cm^2 . Tính diện tích $\triangle CMA$.

Bài giải:



- a) \triangle vuông $ABC \sim \triangle$ vuông MDC vì có chung $\angle C$
- b) \triangle vuông $MIB \sim \triangle$ vuông ACB vì có chung $\angle B$

$$\Rightarrow \frac{BI}{BC} = \frac{BM}{BA}$$

$$\Rightarrow BI \cdot BA = BM \cdot BC$$

- c) Dễ dàng chứng minh: $CI \perp DB$ tại K .

\triangle vuông $CIM \sim \triangle$ vuông CBK vì chung $\angle ICM$

$$\Rightarrow \frac{CI}{CB} = \frac{CM}{CK}$$

$$\Rightarrow CI \cdot CK = CM \cdot CB$$

Mà: $BI \cdot BA = BM \cdot CB$

Do đó: $BI \cdot BA + CI \cdot CK = BC^2$

- d) Trong \triangle vuông CAB có $\angle ACB = 60^\circ$

$$\Rightarrow \angle ABC = 30^\circ$$

$$\text{Dễ dàng chứng minh được: } AC = \frac{1}{2} BC \Rightarrow \frac{AC}{BC} = \frac{1}{2}$$

$$\Delta CMA \sim \Delta CDB \Rightarrow \frac{S_{CMA}}{S_{CDB}} = \left(\frac{AC}{BC}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow S_{CMA} = 15(\text{cm}^2)$$

Bài 5: Cho O là trung điểm của đoạn thẳng AB. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ là cạnh AB vẽ tia Ax, By cùng vuông góc với AB. Trên tia Ax lấy điểm C (khác A), qua O kẻ đường thẳng vuông góc với OC cắt tia By tại D.

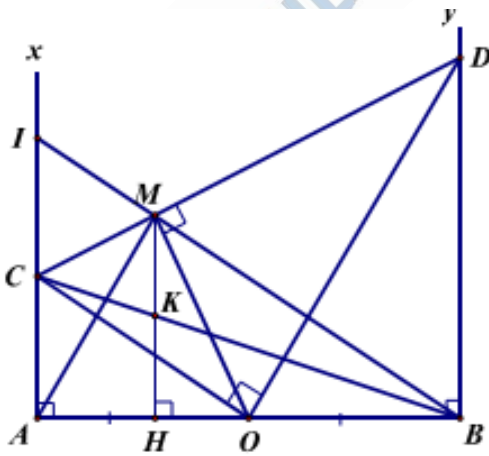
a) Chứng minh: $AB^2 = 4.AC.BD$

b) Kẻ OM vuông góc CD tại M. Chứng minh: $AC = CM$.

c) Từ M kẻ MH vuông góc AB tại H. Chứng minh: BC đi qua trung điểm của MH.

d) Tìm vị trí của C trên tia Ax để diện tích tứ giác ABDC nhỏ nhất.

Bài giải:



a) Chứng minh: $\Delta OAC \sim \Delta DBO$ (g – g)

$$\Rightarrow \frac{OA}{DB} = \frac{AC}{OB}$$

$$\Rightarrow OA \cdot OB = AC \cdot BD$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{2} \cdot \frac{AB}{2} = AC \cdot BD \Rightarrow AB^2 = 4.AC.BD$$

b) Theo câu a ta có: $\Delta OAC \sim \Delta DBO$ (g – g)

$$\Rightarrow \frac{OC}{OD} = \frac{AC}{OB}$$

$$\text{Mà: } OA = OB \Rightarrow \frac{OC}{OD} = \frac{AC}{OA} \Rightarrow \frac{OC}{AC} = \frac{OD}{OA}$$

+) Chứng minh: $\triangle OAC \sim \triangle DOC$ (c - g - c) $\Rightarrow \angle ACO = \angle OCM$

+) Chứng minh: $\triangle OAC = \triangle OMC$ (ch - gn) $\Rightarrow AC = MC$ (đpcm)

c) Ta có: $\triangle OAC = \triangle OMC \Rightarrow OA = OM; CA = CM \Rightarrow OC$ là đường trung trực của AM .

$\Rightarrow OC \perp AM$

Mặt khác: $OA = OM = OB \Rightarrow \triangle AMB$ vuông tại M .

$\Rightarrow OC \parallel BM$ (vì cùng vuông góc với AM) hay $OC \parallel BI$.

+) Xét $\triangle ABI$ có OM đi qua trung điểm AB , song song BI suy ra OM đi qua trung điểm AI .

$\Rightarrow IC = AC$.

+) $MH \parallel AI$ theo hệ quả định lý Ta- lét ta có: $\frac{HK}{IC} = \frac{BK}{BC} = \frac{KH}{AC}$

Mà: $IC = AC \Rightarrow MK = HK \Rightarrow BC$ đi qua trung điểm của MH (đpcm)

d) Tứ giác $ABDC$ là hình vuông.

$$\Rightarrow S_{ABDC} = \frac{1}{2}(AC + BD).AB$$

Ta thấy: $AC, BD > 0$ nên theo BĐT Cô - si ta có:

$$AC + BD \geq 2\sqrt{AC \cdot BD} = 2\sqrt{\frac{AB^2}{4}} = AB$$

$$\Rightarrow S_{ABDC} \geq \frac{1}{2}AB^2$$

$$\text{Dấu "}" xảy ra} \Leftrightarrow AC = BD = \frac{AB}{2} = OA$$

Vậy C thuộc tia Ax và cách điểm A một đoạn thẳng bằng OA .

VINASTUDY.VN