

VINA 3 – BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 6

GIÁO VIÊN: NGUYỄN THÀNH LONG

PHƯƠNG PHÁP TÁCH THÀNH TỔNG – ĐÁP ÁN

www.vinastudy.vn

Bài 1: Tìm $n \in \mathbb{Z}$ để giá trị của biểu thức $A = n^3 + 2n^2 - 3n + 2$ chia hết cho giá trị của biểu thức $B = n^2 - n$

Bài giải:

Ta có: $n^3 + 2n^2 - 3n + 2 = n^3 + 3n^2 - n^2 - 3n + 2 = n^2(n+3) - n(n+3) + 2 = (n+3)(n^2 - n) + 2$

Để A chia hết cho B thì 2 phải chia hết cho $B = n^2 - n = n(n-1)$

Do đó 2 chia hết cho 2, ta có bảng sau:

n	1	-1	2	-2
n - 1	0	-2	1	-3
n(n - 1)	0	2	2	6
	loại			loại

Vậy để giá trị của biểu thức A chia hết cho giá trị của biểu thức B thì $n \in \{-1; 2\}$

Bài 2: a) Tìm $n \in \mathbb{N}$ để $n^5 + 1$ chia hết cho $n^3 + 1$

b) Giải bài toán trên nếu $n \in \mathbb{Z}$

Bài giải:

a) Ta có: $n^5 + 1 = n^5 + n^2 - n^2 + 1 = n^2(n^3 + 1) - (n^2 - 1)$

Để $n^5 + 1$ chia hết cho $n^3 + 1$ thì $n^2 - 1 = (n-1)(n+1)$ chia hết cho $n^3 + 1$

$$\Leftrightarrow (n+1)(n-1) : (n+1)(n^2 - n + 1)$$

$$\Leftrightarrow n-1 : (n^2 - n + 1) \text{ (với } n+1 \neq 0)$$

a) +) Nếu $n = 1$ thì $0 : 1$ (thỏa mãn)

+) Nếu $n > 1$ thì $n-1 < n(n-1)+1 = n^2 - n + 1$ nên không thể xảy ra trường hợp $n-1 : n^2 - n + 1$

Vậy $n = 1$.

b) Với $n \in \mathbb{Z}$ để $n-1 : n^2 - n + 1 \Rightarrow n(n-1) : n^2 - n + 1$

$$\Leftrightarrow (n^2 - n + 1) - 1 : n^2 - n + 1$$

$$\Rightarrow 1 : n^2 - n + 1$$

Hay $n^2 - n + 1 \in U(1) = \{1; -1\}$

+) Nếu $n^2 - n + 1 = 1 \Leftrightarrow n(n-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 0 \\ n = 1 \end{cases}$ (thỏa mãn)

+) Nếu $n^2 - n + 1 = -1 \Leftrightarrow n(n-1) = -2$ (không có giá trị nào thỏa mãn)

Vậy $n = 0$ hoặc $n = 1$

Bài 3: Tìm số nguyên n sao cho:

a) $n^2 + 2n - 4 : 11$

b) $2n^3 + n^2 + 7n + 1 : 2n - 1$

c) $n^4 - 2n^3 + 2n^2 - 2n + 1 : n^4 - 1$

Bài giải:

a) Tách $n^2 + 2n - 4$ thành tổng hai hạng tử trong đó có một hạng tử là bội của 11.

$$n^2 + 2n - 4 = (n^2 + 2n - 15) + 11 = (n - 3)(n + 5) + 11$$

Để $n^2 + 2n - 4$ chia hết cho 11 thì $(n - 3)(n + 5) : 11$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n - 3 : 11 \\ n + 5 : 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = 11k + 3 \\ n = 11h - 5 \end{cases} \text{ (với } k, h \in \mathbb{Z} \text{)}$$

Vậy $\begin{cases} n = 11k + 3 \\ n = 11h - 5 \end{cases}$ (với $k, h \in \mathbb{Z}$)

b) Ta có: $2n^3 + n^2 + 7n + 1 = (n^2 + n + 4)(2n - 1) + 5$

Mà: $(n^2 + n + 4)(2n - 1) : 2n - 1$

Nên $5 : 2n - 1$ hay $2n - 1 \in U(5) = \{-5; -1; 1; 5\}$

Ta có bảng sau:

$2n-1$	-5	-1	1	5
n	-2	0	1	3

Vậy $n \in \{-2; 0; 1; 3\}$ thì $2n^3 + n^2 + 7n + 1 : 2n - 1$

c) Ta có:

$$\begin{aligned} A &= n^4 - 2n^3 + 2n^2 - 2n + 1 = (n^4 - n^3) - (n^3 - n^2) + (n^2 - n) - (n - 1) \\ &= n^3(n-1) - n^2(n-1) + n(n-1) - (n-1) = (n-1)(n^3 - n^2 + n - 1) = (n-1)^2(n^2 + 1) \end{aligned}$$

$$B = n^4 - 1 = (n^2 - 1)(n^2 + 1) = (n-1)(n+1)(n^2 + 1)$$

Vì A chia hết cho B nên $n \neq \pm 1 \Rightarrow A$ chia hết cho B $\Leftrightarrow n-1 : n+1$

$$\begin{cases} n-1 : n+1 \\ n+1 : n+1 \end{cases} \Rightarrow (n+1) - (n-1) : n+1$$

$$\Rightarrow 2 : n+1$$

Hay $n+1 \in U(2) = \{-2; -1; 1; 2\}$

$$\Rightarrow n \in \{-3; -2; 0; 1\} \text{ vì } n \neq \pm 1 \text{ nên } n \in \{-3; -2; 0\}$$

Vậy $n \in \{-3; -2; 0\}$