VINA 3 – BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 6

GIÁO VIÊN: NGUYỄN THÀNH LONG

SỬ DỤNG NGUYÊN LÝ DIRICHLET ĐỂ GIẢI BÀI TOÁN CHIA HẾT – ĐÁP ÁN

____www.vinastudy.vn____

Bài 1. Cho a là số nguyên tố lớn hơn 3. CMR $a^2 - 1$ chia hết cho 24

Giải:

$(a^2 - 1) = (a - 1)(a + 1)$

+) Chứng minh chia hết cho 3.

Vì a là số nguyên tố nên a có dạng: 3k + 1; 3k + 2.

+) Chứng minh chia hết cho 8.

Vì a là số nguyên tố nên a có dạng: 2k + 1

Khi đó ta được:

$a^2 - 1 = (a-1)(a+1) = (2k+1-1)(2k+1+1) = 2k(2k+2) = 4k(k+1)$

Vì $k(k+1)$ là tích của hai số tự nhiên liên tiếp nên chia hết cho 2.

Vậy $a^2 - 1$ chia hết cho 8.

Từ (1) và (2) suy ra: $a^2 - 1$ chia hết cho 24.

Bài 2: Cho A = $n^3 + 6n^2 + 8n$; Chứng minh rằng A chia hết cho 48 với mọi n chẵn

Giải:

A = ($n^3 + 6n^2 + 8 = n(n^2 + 6n + 8)$. Thay n chẵn với $n = 2k$ vào A ta được: (k $\in$N)

A = $2k(4k^2 + 6.2k + 8) = 2k(4k^2 + 12k + 8) = 8k(k^2 + 3k + 2) = 8k^2(k^2 + 2k + k + 2) = 8k^2(k+1)(k+2)$

Vì $k(k+1)(k+2)$ là tích của ba số tự nhiên liên tiếp nên sẽ chia hết cho 3 (sử dụng nguyên lý Dirichlet)

$k(k+1)$ là tích hai số tự nhiên liên tiếp nên $k(k+1)$ chia hết cho 2.

Do đó: $k(k+1)(k+2) \vdots 6$

Vậy $A \vdots (6.8)$ hay $A \vdots 48$

Bài 3: CMR trong 3 số chính phương bất kỳ luôn có 2 số có hiệu chia hết cho 4

Bài giải:

Nhận thấy: Với một số tự nhiên n bất kỳ ta luôn có khi n chia cho 4 dư 0; 1; 2; 3 nên n có dạng: 4k; 4k + 1; 4k + 2; 4k + 3.

+) Với n = 4k khi đó ta được: $n^2 = (4k)^2 = 16k^2$ chia hết cho 4.

+) Với n = 4k + 1 khi đó ta được: $n^2 = (4k+1)^2 = 16k^2 + 8k + 1$ chia 4 dư 1.

+) Với n = 4k + 2 khi đó ta được: $n^2 = (4k+2)^2 = 16k^2 + 16k + 4$ chia hết cho 4.

+) Với n = 4k + 3 khi đó ta được: $n^2 = (4k+3)^2 = 16k^2 + 24k + 9$ chia 4 dư 1.

Vậy với só n tự nhiên bất kỳ ta luôn có n^2 chia hết cho 4 hoặc chia 4 dư 1.

Do đó trong 3 số chính phương bất kỳ luôn có 2 số khi chia cho 4 có cùng số dư nên hiệu của chúng sẽ chia hết cho 4.

Vậy trong 3 số chính phương bất kỳ luôn có 2 số có hiệu chia hết cho 4.

Bài 4: CMR trong 5 số chính phương bất kỳ luôn có hiệu hai số chia hết cho 7

Bài giải:

Nhận thấy: Với số tự nhiên n bất kỳ khi chia cho 7 có số dư là: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6 do đó n có dạng; 7k; 7k + 1; 7k + 2; 7k + 3; 7k + 4; 7k + 5; 7k + 6.

+) Với n = 7k thì n^2 chia hết cho 7.

+) Với n = 7k + 1 thì n^2 chia 7 dư 1.

+) Với n = 7k +2 thì n^2 chia 7 dư 4.

+) Với n = 7k + 3 thì n^2 chia 7 dư 2.

+) Với n = 7k + 4 thì n^2 chia 7 dư 2.

+) Với n = 7k + 5 thì n^2 chia 7 dư 1.

+) Với n = 7k + 6 thì n^2 chia 7 dư 1.

Vậy với số tự nhiên n bất kì ta luôn có n^2 chia 7 dư: 0; 1; 2; 4.

Do đó trong 5 số chính phương bất kỳ ta luôn có 2 số chính phương có cùng số dư nên hiệu hai số chia hết cho 7.

Vậy trong 5 số chính phương bất kỳ luôn có hiệu hai số chia hết cho 7

Bài 5: CMR mọi số nguyên tố lớn hơn 3 đều có dạng $6n+1$ hoặc $6n-1$ với một số tự nhiên n nào đó

Bài giải:

Ta có vì p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên p không chia hết cho 3 ⇒ p có dạng: 3k + 1; 3k + 2.

+) Với p = 3k + 1.

TH1: p là số chẵn nên p có dạng: 2n.

Khi đó ta được: p = 3.2n + 1 = 6n + 1 (1)

TH2: p là số chẵn nên p có dạng: 2n + 1

Khi đó ta được: p = 3.(2n + 1) + 1 = 6n + 3 + 1 = 6n + 4 chia hết cho 2 (loại)

+) Với p = 3k + 2

TH1: p là số chẵn nên p có dạng: 2n

Khi đó ta được: p = 3.2n + 2 = 6n + 2 chia hết cho 2 (loại)

TH2: p là số lẻ nên p có dạng: 2n – 1

Khi đó ta được: p = 3.(2n – 1) + 2 = 6n – 1 (2)

Từ (1) và (2) suy ra: mọi số nguyên tố lớn hơn 3 đều có dạng $6n+1$ hoặc $6n-1$ với một số tự nhiên n nào đó

VINASTUDY.VN