

VINA 3 – BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 6

GIÁO VIÊN: NGUYỄN THÀNH LONG
PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH – ĐÁP ÁN

www.vinastudy.vn

Bài 1: Tìm tất cả các số nguyên tố x, y sao cho $5x^2 - 11y^2 = 1$.

Bài giải:

Hiệu của 2 số $5x^2; 11y^2$ là số lẻ nên một trong hai số phải là số chẵn.

+) TH1: $5x^2$ là số chẵn. Mà 5 là số lẻ nên x^2 phải là số chẵn.

x là số nguyên tố nên $x = 2$

Thay $x = 2$ vào $5x^2 - 11y^2 = 1$ ta được:

$$5.2^2 - 11y^2 = 1$$

$$\Rightarrow y^2 = \frac{19}{11} \text{ (loại)}$$

+) TH2: $11y^2$ là số chẵn. Mà 11 là số lẻ nên y^2 phải là số chẵn.

y là số nguyên tố nên $y = 2$

Thay $y = 2$ vào $5x^2 - 11y^2 = 1$ ta được:

$$5x^2 - 11.2^2 = 1$$

$$\Rightarrow x^2 = 9$$

Suy ra: $x = 3$

Vậy $x = 3; y = 2$

Bài 2: Tìm n sao cho số sau là số nguyên tố và tính giá trị của số nguyên tố đó. $5^n + 40$

Bài giải:

$$5^n + 40$$

Với $n \geq 1$ ta có $\begin{cases} 5^n : 5 \\ 40 : 5 \end{cases}$

$\Rightarrow 5^n + 40 : 5$ (không thỏa mãn $5^n + 40$ là số nguyên tố)

Vậy suy ra $n = 0$.

Bài 3: Tìm ba số nguyên tố sao cho tích của chúng gấp 5 lần tổng của chúng.

Bài giải:

Gọi ba số nguyên tố cần tìm lần lượt là: m, n, p

Theo bài ra ta có: $m.n.p = 5(m + n + p)$

Vì $5(m + n + p)$ chia hết cho 5.

Nên $m.n.p$ cũng phải chia hết cho 5.

Do đó một trong các số m, n, p phải chia hết cho 5. Mà m, n, p là số nguyên tố nên một trong ba số bằng 5.

Giả sử $m = 5$.

Thay $m = 5$ vào $m.n.p = 5(m + n + p)$ ta được:

$$5.n.p = 5.(5 + n + p)$$

$$\text{Suy ra: } n.p = 5 + n + p$$

$$\Rightarrow np - n - p = 5$$

$$n(p - 1) - (p - 1) = 5 + 1$$

$$(n - 1)(p - 1) = 6$$

$$\text{Do đó: } n - 1 \in U(6) = \{1; 2; 3; 6\}$$

Mà: n là số nguyên tố nên $n = 2$ hoặc $n = 7$

Với $n = 2$ thì $p = 7$

Với $n = 7$ thì $p = 2$

Vậy ba số nguyên tố cần tìm là: 2; 5; 7.

Bài 4: Chứng minh rằng nếu p và q là các số nguyên tố lớn hơn 3 thì $p^2 - q^2$ chia hết cho 24.

Bài giải:

Chú ý: Hằng đẳng thức: $x^2 - 1 = (x + 1)(x - 1)$

+) p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên p không chia hết cho 3.

Mặt khác $(p-1)p(p+1) = p(p^2-1)$ là tích ba số tự nhiên liên tiếp nên chia hết cho 3.

$\Rightarrow p^2-1$ phải chia hết cho 3. (1)

+) p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên p là số lẻ nên p không chia hết cho 2.

Do đó: p có dạng: $2k+1$

Suy ra: $(p-1)(p+1) = (2k+1-1)(2k+1+1) = 2k(2k+2) = 2k \cdot 2(k+1) = 4k(k+1)$

Mà: $k(k+1)$ chia hết cho 2 nên $4k(k+1)$ chia hết cho 8. (2)

Từ (1) và (2) suy ra: p^2-1 chia hết cho 24.

Chứng minh tương tự: q^2-1 chia hết cho 24.

Do đó: $(p^2-1)-(q^2-1) = p^2-1-q^2+1 = p^2-q^2$ chia hết cho 24.

Bài 5: Tìm các số nguyên tố x, y thỏa mãn: $x^2-2y^2-1=0$

Bài giải:

Chú ý: $a^2-b^2 = (a-b)(a+b)$

Ta có: $x^2-2y^2-1=0$

$$\Leftrightarrow x^2-1=2y^2$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x+1)=2y^2$$

Do y là số nguyên tố và $x+1 > x-1$ nên chỉ có thể xảy ra các trường hợp:

$$+) \begin{cases} x+1=2y \\ x-1=y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$$

$$+) \begin{cases} x+1=2y^2 \\ x-1=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=2y^2 \\ x=2 \end{cases}$$

Thay $x=2$ vào $x+1=2y^2$ ta được:

$$2+1=2y^2 \text{ (loại)}$$

Vậy $x=3; y=2$