VINA 3 – BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 6

GIÁO VIÊN: NGUYỄN THÀNH LONG

PHƯƠNG PHÁP ÁP DỤNG ĐỊNH LÍ FERMA – ĐÁP ÁN

____www.vinastudy.vn____

Bài 1: Cho số nguyên tố $p > 3$. Biết rằng p chia cho 30 có số dư không là một số nguyên tố. Tìm số dư đó

Bài giải:

Đặt: p = 30k + r (với r là số dư cần tìm; r không là số nguyên tố; r < 30)

Suy ra: p = 2.3.5.k + r

Vì p là số nguyên tố nên p không chia hết cho 2, 3, 5.

Mà hợp số nhỏ nhất không chia hết cho 2, 3, 5 là: 7.7 = 49 (không thỏa mãn r < 30)

Vậy r không là số nguyên tố, r cũng không là hợp số nên r = 1.

Bài 2: Tìm dư trong phép chia:

a) 2^{2015} cho 15

b) 7^{101} cho 24

c) 3^{2013} cho 13

Bài giải:

a) 2^{2015} cho 15

Ta có: $2^4 \equiv 1 \pmod{15}$

$\Rightarrow \left(2^4\right)^{503} \equiv 1 \pmod{15}$

$\Rightarrow 2^{2012}.2^3 \equiv 8 \pmod{15}$

Hay $2^{2015} \equiv 8 \pmod{15}$

Vậy dư trong phép chia 2^{2015} cho 15 là: 8

b) 7^{101} cho 24

Ta có: $7^2 \equiv 1 \pmod{24}$

$\Rightarrow \left(7^2\right)^{50} \equiv 1 \pmod{24}$

$\Rightarrow 7^{100}.7 \equiv 7 \pmod{24}$

Hay $7^{101} \equiv 7 \pmod{24}$

Vậy dư trong phép chia 7^{101} cho 24 là: 7

c) 3^{2013} cho 13

Ta có: $3^3 \equiv 1 \pmod{13}$

$\Rightarrow \left(3^3\right)^{670} \equiv 1 \pmod{13}$

$\Rightarrow 3^{2010}.3^3 \equiv 27 \equiv 1 \pmod{13}$

Hay $3^{2013} \equiv 1 \pmod{13}$

Vậy dư trong phép chia 3^{2013} cho 13 là: 1

Bài 3: Tìm số dư trong phép chia các số sau cho 7:

a) $22^{22} + 55^{55}$

b) 3^{1993}

c) $1992^{1993} + 1994^{1995}$

Bài giải:

a) Ta có: $22^2 \equiv 1 \pmod 7$

$\Rightarrow \left(22^2\right)^{11} = 22^{22} \equiv 1 \pmod 7$

$55^2 \equiv 1 \pmod 7$

$\Rightarrow \left(55^2\right)^{27} = 55^{54} \equiv 1 \pmod 7$

$\Rightarrow 55^{54}.55 \equiv 1.55 \equiv 6 \pmod 7$

Suy ra: $22^{22} + 55^{55} \equiv 1 + 6 \equiv 0 \pmod 7$

Vậy số dư trong phép chia $22^{22} + 55^{55}$ cho 7 là: 0

b) 3^{1993}

Ta có: $3^2 \equiv 2 \pmod 7$

$\Rightarrow \left(3^2\right)^3 = 3^6 \equiv 2^3 \equiv 1 \pmod 7$

$\Rightarrow \left(3^6\right)^{332} = 3^{1992} \equiv 1 \pmod 7$

$\Rightarrow 3^{1992}.3 \equiv 1.3 \equiv 3 \pmod 7$

Vậy số dư trong phép chia 3^{1993} cho 7 là: 3

c) $1992^{1993} + 1994^{1995}$

Ta có: 1992 ≡ 4 (mod 7)

$\Rightarrow 1992^3 \equiv 4^3 \equiv 1 \pmod 7$

$\Rightarrow \left(1992^3\right)^{664} = 1992^{1992} \equiv 1 \pmod 7$

$\Rightarrow 1992^{1992}.1992 \equiv 1.1992 \equiv 4$

Bài 4: Tìm dư trong phép chia:

a) $2011^8 + 12$ cho 7

b) $1532^5 - 1$ cho 9

c) $271^6 - 5$ cho 3

d) $4916^7 + 8$ cho 7

Bài giải:

a) $2011^8 + 12$ cho 7

Ta có: 2011 ≡ 2 (mod 7)

$\Rightarrow 2011^2$ ≡ 4 (mod 7)

$\Rightarrow \left(2011^2\right)^4 \equiv 4^4 \equiv 4 \pmod 7$

Suy ra: $2011^8 + 12$ ≡ 4 + 12 ≡ 2 (mod 7)

Vậy số dư trong phép chia $2011^8 + 12$ cho 7 là: 2

b) $1532^5 - 1$ cho 9

Ta có: 1532 ≡ 2 (mod 9)

$\Rightarrow 1532^5 \equiv 2^5 \equiv 5 \pmod 9$

Suy ra: $1532^5 - 1$ ≡ 5 – 1 ≡ 4 (mod 9)

Vậy số dư trong phép chia $1532^5 - 1$ cho 9 là: 4

c) $271^6 - 5$ cho 3

Ta có: $271 \equiv 1 \pmod 3$

$\Rightarrow 271^6 \equiv 1 \equiv 7 \pmod 3$

Suy ra: $276^6 - 5 \equiv 7 - 5 \equiv 2 \pmod 3$

Vậy số dư trong phép chia $271^6 - 5$ cho 3 là: 2

d) $4916^7 + 8$ cho 7

Ta có: $4916 \equiv 2 \pmod 7$

$\Rightarrow 4916^3 \equiv 2^3 \equiv 1 \pmod 7$

$\Rightarrow \left(4916^3\right)^2 \equiv 1 \pmod 7$

$\Rightarrow 4916^6.4916 \equiv 1.2 \equiv 2 \pmod 7$

Suy ra: $4916^7 + 8 \equiv 2 + 8 \equiv 3 \pmod 7$

Vậy số dư trong phép chia $4916^7 + 8$ cho 7 là: 3

VINASTUDY.VN