VINA 3 – BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 6

GIÁO VIÊN: NGUYỄN THÀNH LONG

# CHỨNG MINH MỘT SỐ KHÔNG PHẢI LÀ SỐ CHÍNH PHƯƠNG (PHẦN 2) – ĐÁP ÁN

____www.vinastudy.vn____

**Bài 1:** Cho S = 1.2.3 + 2.3.4 + 3.4.5 + . . . + k(k+1)(k+2)

Chứng minh rằng 4S + 1 là số chính phương .

***Bài giải:***

S = 1.2.3 + 2.3.4 + 3.4.5 + ... + k(k+1)(k+2)

4.S = 1.2.3.(4–0)+ 2.3.4.(5 – 1) + 3.4.5.(6 – 2) + ... + k(k+1)(k+2)[ (k+3) – (k +1)]

4.S=1.2.3.4–0+2.3.4.5–1.2.3.4+3.4.5.6–2.3.4.5+k(k+1)(k+2)(k+3)–(k-1)k(k+1)(k+2)

= (k-1)k(k+1)(k+2)

$\Rightarrow$ 4.S + 1 = (k-1)k(k+1)(k+2) + 1

Theo kết quả của bài trước suy ra (k-1)k(k+1)(k+2) + 1 là số chính phương.

**Bài 2:** Cho n là số nguyên dương bất kỳ. CMR $A = 3^n + 2.17^n$ không là một số chính phương

***Bài giải:***

$A = 3^n + 2.17^n$

n là số nguyên dương bất kỳ nên n có dạng: 4k ; 4k + 1; 4k + 2; 4k + 3 (với k $\in \mathbb{N}$)

+) Với n = 4k ta được: A = $3^{4k} + 2.17^{4k} = 81^k + 2.2401^k = \overline{...1} + 2 \times \overline{...1} = \overline{...3}$ (không là số chính phương)

+) Với n = 4k + 1 ta được:

A = $3^{4k+1} + 2.17^{4k+1} = 81^k.3 + 2.2401^k.17 = \overline{...1} \times 3 + 2 \times \overline{...1} \times 17 = \overline{...3} + \overline{...4} = \overline{...7}$ (không là số chính phương)

+) Với n = 4k +2 ta được:

A= $3^{4k+2} + 2.17^{4k+2} = 81^k.3^2 + 2.2401^k.17^2 = \overline{...1} \times 9 + 2 \times \overline{...1} \times 289 = \overline{...9} + \overline{...8} = \overline{...7}$ (không là số chính phương)

+) Với n = 4k + 3 ta được:

A = $3^{4k+3}+2.17^{4k+3}=81^k.3^3+2.2401^k.17^3=\overline{...1}\times 27+2\times\overline{...1}\times 4913=\overline{...7}+\overline{...6}=\overline{...3}$ (không là số chính phương)

Vậy n là số nguyên dương bất kỳ thì $A=3^n+2.17^n$ không là một số chính phương

**Bài 3:** CMR trong 3 số chính phương bất kỳ luôn có 2 số có hiệu chia hết cho 4

***Bài giải:***

Nhận thấy: Với một số tự nhiên n bất kỳ ta luôn có khi n chia cho 4 dư 0; 1; 2; 3 nên n có dạng: 4k; 4k + 1; 4k + 2; 4k + 3.

+) Với n = 4k khi đó ta được: $n^2=(4k)^2=16k^2$ chia hết cho 4.

+) Với n = 4k + 1 khi đó ta được: $n^2=(4k+1)^2=16k^2+8k+1$ chia 4 dư 1.

+) Với n = 4k + 2 khi đó ta được: $n^2=(4k+2)^2=16k^2+16k+4$ chia hết cho 4.

+) Với n = 4k + 3 khi đó ta được: $n^2=(4k+3)^2=16k^2+24k+9$ chia 4 dư 1.

Vậy với só n tự nhiên bất kỳ ta luôn có $n^2$ chia hết cho 4 hoặc chia 4 dư 1.

Do đó trong 3 số chính phương bất kỳ luôn có 2 số khi chia cho 4 có cùng số dư nên hiệu của chúng sẽ chia hết cho 4.

Vậy trong 3 số chính phương bất kỳ luôn có 2 số có hiệu chia hết cho 4.

**Bài 4:** CMR trong 5 số chính phương bất kỳ luôn có hiệu hai số chia hết cho 7

***Bài giải:***

Nhận thấy: Với số tự nhiên n bất kỳ khi chia cho 7 có số dư là: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6 do đó n có dạng; 7k; 7k + 1; 7k + 2; 7k + 3; 7k + 4; 7k + 5; 7k + 6.

+) Với n = 7k thì $n^2$ chia hết cho 7.

+) Với n = 7k + 1 thì $n^2$ chia 7 dư 1.

+) Với n = 7k +2 thì $n^2$ chia 7 dư 4.

+) Với n = 7k + 3 thì $n^2$ chia 7 dư 2.

+) Với n = 7k + 4 thì $n^2$ chia 7 dư 2.

+) Với n = 7k + 5 thì $n^2$ chia 7 dư 1.

+) Với $n = 7k + 6$ thì $n^2$ chia 7 dư 1.

Vậy với số tự nhiên n bất kì ta luôn có $n^2$ chia 7 dư: 0; 1; 2; 4.

Do đó trong 5 số chính phương bất kỳ ta luôn có 2 số chính phương có cùng số dư nên hiệu hai số chia hết cho 7.

Vậy trong 5 số chính phương bất kỳ luôn có hiệu hai số chia hết cho 7

VINASTUDY.VN