VINA 3 – BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 6
GIÁO VIÊN: NGUYỄN HÙNG CƯỜNG
TÍNH TOÁN TRÊN CÁC LŨY THỪA (PHẦN 1) – ĐÁP ÁN

____www.vinastudy.vn____

Phương pháp: Vận dụng linh hoạt các công thức, phép tính về lũy thừa để tính cho hợp lí và nhanh. Biết kết hợp hài hòa một số phương pháp trong tính toán khi biến đổi.

Bài 1. Tính giá trị các biểu thức sau: $A = \dfrac{8^{10}.5^7 + 2^{13}.125^9}{2^{27}.5^7 + 32^2.5^{27}}$

Phương pháp giải

$$A = \frac{8^{10}.5^7 + 2^{13}.125^9}{2^{27}.5^7 + 32^2.5^{27}} = \frac{(2^3)^{10}.5^7 + 2^{13}.(5^3)^9}{2^{27}.5^7 + (2^5)^2.5^{27}} = \frac{2^{30}.5^7 + 2^{13}.5^{27}}{2^{27}.5^7 + 2^{10}.5^{27}} = \frac{2^{13}.5^7(2^{17} + .5^{20})}{2^{10}.5^7(2^{17} + 5^{20})} = 2^3 = 8$$

Bài 2. Chứng tỏ rằng:

a) $A = 10^{2008} + 125 \,\vdots\, 45$

b) $M = 8^{10} + 2^{25} \,\vdots\, 33$

c) $H = 313^5 . 299 – 313^6 . 36 \,\vdots\, 7$

Phương pháp giải

Với bài toán này, học sinh phải huy động kiến thức về dấu hiệu chia hết, kĩ năng và phương pháp biến đổi, lưu ý rằng: nếu $a \,\vdots\, m$, $a \,\vdots\, n$, $(m; n) = 1$ thì $a \,\vdots\, m.n$ $(a, m, n \in N^*)$

a) $A = 10^{2000} + 125$

Ta có: $10^{2000} + 125 = \underbrace{\overline{100...0}}_{2000\text{ số }0} + 125 = \underbrace{\overline{100...0125}}_{1997\text{ số }0}$

A có tận cùng là 5 => $A \,\vdots\, 5$

Tổng các chữ số của A là: 1+1+2+5 = 9 => $A \,\vdots\, 9$.

$\rightarrow$ **$A \,\vdots\, 45$**

b) $M = 8^{10} + 2^{25}$

Trước tiên phải đưa về hai lũy thừa có cùng cơ số:

$M = 8^{10} + 2^{25} = (2^3)^{10} + 2^{25} = 2^{30} + 2^{25}$

$M = 2^{25}(2^5 + 1) = 2^{25}(32 + 1) = 2^{25}.33 \vdots 33$

Vậy $M \vdots 33$

c) $H = 313^5 . 299 – 313^6 . 36$

$H = 313^5 . 299 – 313^6 . 36$

$H = 313^5 . 299 – 313^6 - 35. 313^6$

$H = 313^5 . (299 – 313) - 35. 313^6$

$H = 313^5 . 14 - 35. 313^6$

$H = 7. (313^5 . 2 – 5. 313^6) \vdots 7$

Vậy $H \vdots 7$

Bài 3. Cho $A = 2 + 2^2 + 2^3 + \ldots + 2^{100}$. Chứng tỏ rằng: $A \vdots 3$, $A \vdots 5$

Phương pháp giải

$A = 2 + 2^2 + 2^3 + \ldots + 2^{100}$

$= (2 + 2^2) + (2^3 + 2^4) + (2^5 + 2^6) + \ldots + (2^{97} + 2^{98}) + (2^{99} + 2^{100})$

$= 2.(1 + 2) + 2^3.(1 + 2) + 2^5.(1 + 2) + \ldots + 2^{97}.(1 + 2) + 2^{99}.(1 + 2)$

$= (1 + 2).(2 + 2^3 + 2^5 + \ldots + 2^{97} + 2^{99})$

$= 3.(2+2^3+2^5+\ldots+2^{97}+2^{99})$ => **$A \vdots 3$**

Tương tự, ta có:

$A = (2 + 2^3) + (2^2 + 2^4) + \ldots + (2^{97} + 2^{99}) + (2^{98} + 2^{100})$

$A = 2(1 + 2^2) + 2^2(1 + 2^2) + \dots + 2^{97}(1 + 2^2) + 2^{98}(1 + 2^2)$

$= (1 + 2^2).(2 + 2^2 + 2^5 + 2^6 + \dots + 2^{97} + 2^{98})$

$= 5.(2 + 2^2 + 2^5 + 2^6 + \dots + 2^{97} + 2^{98})$ => **A ⋮ 5**

Bài 4. Chứng tỏ rằng: $D = 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{1008} \vdots 13$

Phương pháp giải

a) Ta thấy: $13 = 1 + 3 + 3^2$ nên ta sẽ nhóm 3 số hạng liên tiếp của tổng thành một nhóm như sau:

$D = (3 + 3^2 + 3^3) + (3^4 + 3^5 + 3^6) + \dots + (3^{1006} + 3^{1007} + 3^{1008})$

$= 3.(1 + 3 + 3^2) + 3^4.(1 + 3 + 3^2) + \dots + 3^{1006}.(1 + 3 + 3^2)$

$= 3.13 + 3^4.13 + \dots + 3^{1006}.13$

$= (3 + 3^4 + \dots + 3^{1006}).13$ => **D ⋮ 13**

Bài 5. Chứng tỏ rằng: $E = 7^1 + 7^2 + 7^3 + 7^4 + \dots + 7^{399} + 7^{400} \vdots 400$

Phương pháp giải

Tương tự bài 4, nhận thấy : $400 = 1 + 7 + 7^2 + 7^3$ nên:

$E = (7^1 + 7^2 + 7^3 + 7^4) + 7^4.(7^1 + 7^2 + 7^3 + 7^4) + \dots + 7^{396}.(7^1 + 7^2 + 7^3 + 7^4)$

$= (7^1 + 7^2 + 7^3 + 7^4).(1 + 7^4 + 7^8 + \dots + 7^{396})$

$= 7.(1 + 7^1 + 7^2 + 7^3).(1 + 7^4 + 7^8 + \dots + 7^{396})$

$= 7.(1 + 7 + 49 + 343).(1 + 7^4 + 7^8 + \dots + 7^{396})$

$= 7.400.(1 + 7^4 + 7^8 + \dots + 7^{396}) \vdots 400$ => **E ⋮ 400**

VINASTUDY.VN