

VINA 3 – BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 7
GIÁO VIÊN: NGUYỄN THÀNH LONG
DẠNG 2: CHỨNG MINH TỈ LỆ THỨC (PHẦN 1) – ĐÁP ÁN

www.vinastudy.vn

Bài 1: Cho tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng minh rằng: $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$

Bài giải:

Cách 1: Dùng tính chất của tỉ lệ thức:

$$\text{Ta có: } (a + b) \cdot (c - d) = ac - ad + bc - bd$$

$$(a - b)(c + d) = ac + ad - bc - bd$$

$$\text{Vì } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow ad = bc$$

$$\text{Do đó: } (a + b)(c - d) = (a - b)(c + d)$$

$$\Rightarrow \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$$

$$\text{Cách 2: Đặt } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \Rightarrow \begin{cases} a = kb \\ c = kd \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } \frac{a+b}{a-b} = \frac{kb+b}{kb-b} = \frac{b(k+1)}{b(k-1)} = \frac{k+1}{k-1}$$

$$\frac{c+d}{c-d} = \frac{kd+d}{kd-d} = \frac{d(k+1)}{d(k-1)} = \frac{k+1}{k-1}$$

$$\text{Suy ra: } \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$$

Cách 3:

$$\text{Ta có: } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{a+b}{c+d} = \frac{a-b}{c-d}$$

Vậy $\frac{a+b}{c+d} = \frac{a-b}{c-d}$

Cách 4: Ta có: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{b} + 1 = \frac{c}{d} + 1 \\ \frac{a}{b} - 1 = \frac{c}{d} - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d} \\ \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{a+b}{c+d} = \frac{b}{d} \\ \frac{a-b}{c-d} = \frac{b}{d} \end{cases}$$

Suy ra: $\frac{a+b}{c+d} = \frac{a-b}{c-d} \Rightarrow \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$

Bài 2: Cho tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng minh rằng: $\frac{ab}{cd} = \frac{a^2 - b^2}{c^2 - d^2}$

Bài giải:

Cách 1: Từ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow ad = bc$

Ta có: $ab(c^2 - d^2) = abc^2 - abd^2 = ac \cdot bc - ad \cdot bd$

$cd(a^2 - b^2) = cda^2 - cdb^2 = acad - bcbd$

Suy ra: $ab(c^2 - d^2) = cd(a^2 - b^2)$

$\Rightarrow \frac{ab}{cd} = \frac{a^2 - b^2}{c^2 - d^2}$

Cách 2: Đặt $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \Rightarrow \begin{cases} a = kb \\ c = kd \end{cases}$

Thay vào 2 vế của $\frac{ab}{cd} = \frac{a^2 - b^2}{c^2 - d^2}$ để chứng minh 2 vế có cùng giá trị.

Cách 3: Vì $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \Rightarrow \left(\frac{a}{c}\right)^2 = \left(\frac{b}{d}\right)^2 = \frac{a}{c} \cdot \frac{b}{d}$

$\Rightarrow \frac{ab}{cd} = \frac{a^2}{c^2} = \frac{b^2}{d^2} = \frac{a^2 - b^2}{c^2 - d^2}$

$\Rightarrow \frac{ab}{cd} = \frac{a^2}{c^2} = \frac{b^2}{d^2} = \frac{a^2 - b^2}{c^2 - d^2}$

Bài 3: Chứng minh rằng nếu $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ thì: $\frac{5a+3b}{5a-3b} = \frac{5c+3d}{5c-3d}$

Bài giải:

$$\text{Từ } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{5a+3b}{5c+3d} = \frac{5a-3b}{5c-3d}$$

$$\text{Suy ra: } \frac{5a+3b}{5a-3b} = \frac{5c+3d}{5c-3d}$$

Bài 4: Chứng minh rằng nếu $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ thì: $\frac{7a^2+3ab}{11a^2-8b^2} = \frac{7c^2+3cd}{11c^2-8d^2}$

Bài giải:

$$\text{Từ } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{a}{c}\right)^2 = \left(\frac{b}{d}\right)^2 = \frac{ab}{cd} = \frac{a^2}{b^2} = \frac{c^2}{d^2} = \frac{7a^2}{7c^2} = \frac{8b^2}{8d^2} = \frac{3ab}{3cd} = \frac{11a^2}{11c^2} = \frac{7a^2+3ab}{7c^2+3cd} = \frac{11a^2-8b^2}{11c^2-8d^2}$$

$$\text{Suy ra: } \frac{7a^2+3ab}{11a^2-8b^2} = \frac{7c^2+3cd}{11c^2-8d^2}$$

Bài 5: Cho $b^2 = ac; c^2 = bd$. Chứng minh rằng: $\frac{a^3+b^3-c^3}{b^3+c^3-d^3} = \left(\frac{a+b-c}{b+c-d}\right)^3$

Bài giải:

$$\text{Vì } \begin{cases} b^2 = ac \\ c^2 = bd \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{b} = \frac{b}{c} \\ \frac{b}{c} = \frac{c}{d} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \frac{a+b-c}{b+c-d}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^3 = \left(\frac{b}{c}\right)^3 = \left(\frac{c}{d}\right)^3 = \left(\frac{a+b-c}{b+c-d}\right)^3 = \frac{a^3+b^3-c^3}{b^3+c^3-d^3}$$

$$\text{Vậy } \frac{a^3 + b^3 - c^3}{b^3 + c^3 - d^3} = \left(\frac{a+b-c}{b+c-d} \right)^3$$

Bài 6: Cho $b^2 = ac; c^2 = bd$. Chứng minh rằng: $\frac{a}{d} = \frac{a^3 + 8b^3 + 125c^3}{b^3 + 8c^3 + 125d^3}$

Bài giải:

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{a^3}{b^3} = \frac{b^3}{c^3} = \frac{c^3}{d^3} = \frac{a^3 + 8b^3 + 125c^3}{b^3 + 8c^3 + 125d^3}$$

$$\text{Mà: } \left(\frac{a}{b} \right)^3 = \frac{a^3}{b^3} = \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a}{d}$$

$$\text{Suy ra: } \frac{a}{d} = \frac{a^3 + 8b^3 + 125c^3}{b^3 + 8c^3 + 125d^3}$$

VINASTUDY.VN