

## VINA 3 – BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 7

GIÁO VIÊN: NGUYỄN THÀNH LONG

TÌM CẶP GIÁ TRỊ (X;Y) NGUYÊN THỎA MÃN ĐẲNG THỨC CHỨA DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI (PHẦN 2) – ĐÁP ÁN

[www.vinastudy.vn](http://www.vinastudy.vn)**Bài 1:** Tìm cặp số nguyên (x; y) thỏa mãn:

a)  $|x+4| + |y-2| = 3$

b)  $|2x+1| + |y-1| = 4$

c)  $|3x| + |y+5| = 5$

d)  $|5x| + |2y+3| = 7$

**Bài giải**

a)  $|x+4| + |y-2| = 3$

$\Leftrightarrow |x+4| = 3 - |y-2|$

Ta có  $3 - |y-2| \geq 0$

$\Leftrightarrow |y-2| \leq 3$

$\Leftrightarrow -3 \leq y-2 \leq 3$

$\Leftrightarrow -1 \leq y \leq 5$

Mà  $y \in \mathbb{Z} \Rightarrow y \in \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

y	-1	0	1	2	3	4	5
$ x+4 $	0	1	2	3	2	1	0
x	-4	-3 hoặc -5	-2 hoặc -6	-1 hoặc -7	-2 hoặc -6	-3 hoặc -5	0

b)  $|2x+1| + |y-1| = 4$

$\Leftrightarrow |y-1| = 4 - |2x+1|$

Ta có  $4 - |2x+1| \geq 0$

$\Leftrightarrow |2x+1| \leq 4$

$\Leftrightarrow -4 \leq 2x+1 \leq 4$

$\Leftrightarrow -\frac{5}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$

Mà  $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{-2, -1, 0, 1\}$

$x$	-2	-1	0	1
$ y-1 $	1	3	3	1
$y$	0 hoặc 2	-2 hoặc 4	-2 hoặc 4	0 hoặc 2

c)  $|3x| + |y+5| = 5$

$\Leftrightarrow |y+5| = 5 - |3x|$

Ta có  $5 - |3x| \geq 0$

$\Leftrightarrow |3x| \leq 5$

$\Leftrightarrow -5 \leq 3x \leq 5$

$\Leftrightarrow -\frac{5}{3} \leq x \leq \frac{5}{3}$

Mà  $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{-1; 0; 1\}$

$x$	-1	0	1
$ y+5 $	2	5	2
$y$	-7 hoặc -3	-10 hoặc 0	-7 hoặc -3

d)  $|5x| + |2y+3| = 7$

$\Leftrightarrow |2y+3| = 7 - |5x|$

Ta có:  $7 - |5x| \geq 0$

$\Leftrightarrow |5x| \leq 7$

$\Leftrightarrow -7 \leq 5x \leq 7$

$\Leftrightarrow -\frac{7}{5} \leq x \leq \frac{7}{5}$

Mà  $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{-1; 0; 1\}$

$x$	-1	0	1
$ 2y+3 $	2	7	2
$y$	Loại	-5 hoặc 2	Loại

**Bài 2:** Tìm cặp số nguyên  $(x; y)$  thỏa mãn:

a)  $3|x-5|+|y+4|=5$

b)  $|x+6|+4|2y-1|=12$

c)  $2|3x|+|y+3|=10$

d)  $3|4x|+|y+3|=21$

**Bài giải**

a)  $3|x-5|+|y+4|=5$

$\Leftrightarrow |y+4|=5-3|x-5|$

Ta có  $5-3|x-5| \geq 0$

$\Leftrightarrow |x-5| \leq \frac{5}{3}$

$\Leftrightarrow \frac{10}{3} \leq x \leq \frac{20}{3}$

Mà  $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{4, 5, 6\}$

$x$	4	5	6
$ y+4 $	2	5	2
$y$	-6 hoặc -2	-9 hoặc 1	-6 hoặc -2

b)  $|x+6|+4|2y-1|=12$

$\Leftrightarrow |x+6|=12-4|2y-1|$

Ta có  $12-4|2y-1| \geq 0$

$\Leftrightarrow |2y-1| \leq 3$

$\Leftrightarrow -3 \leq 2y-1 \leq 3$

$\Leftrightarrow -1 \leq y \leq 2$

Mà  $y \in \mathbb{Z} \Rightarrow y \in \{-1, 0, 1, 2\}$

$y$	-1	0	1	2
$ x+6 $	0	8	8	0
$x$	-6	-14 hoặc 2	-14 hoặc 2	-6

c)  $2|3x|+|y+3|=10$

$\Leftrightarrow |y+3|=10-2|3x|$

Ta có  $10 - 2|3x| \geq 0$

$$\Leftrightarrow |3x| \leq 5$$

$$\Leftrightarrow -\frac{5}{3} \leq x \leq \frac{5}{3}$$

Mà  $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{-1; 0; 1\}$

$x$	-1	0	1
$ y+3 $	4	10	4
$y$	-7 hoặc 1	-14 hoặc 6	-7 hoặc 1

d)  $3|4x| + |y+3| = 21$

$$\Leftrightarrow |y+3| = 21 - 3|4x|$$

Ta có  $21 - 3|4x| \geq 0$

$$\Leftrightarrow |4x| \leq 7$$

$$\Leftrightarrow -\frac{7}{4} \leq x \leq \frac{7}{4}$$

Mà  $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{-1; 0; 1\}$

$x$	-1	0	1
$ y+3 $	9	21	9
$y$	-12 hoặc 6	-24 hoặc 18	-12 hoặc 6

**Bài 3:** Tìm các cặp số nguyên  $(x; y)$  thỏa mãn:

a)  $y^2 = 3 - |2x - 3|$

b)  $y^2 = 5 - |x - 1|$

c)  $2y^2 = 3 - |x + 4|$

d)  $3y^2 = 12 - |x - 2|$

**Bài giải**

a)  $y^2 = 3 - |2x - 3|$

Ta có:  $3 - |2x - 3| \geq 0$

$$\Leftrightarrow |2x - 3| \leq 3$$

$$\Leftrightarrow -3 \leq 2x - 3 \leq 3$$

$$\Leftrightarrow 0 \leq 2x \leq 6$$

$$\Leftrightarrow 0 \leq x \leq 3$$

$$\text{Mà } x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{0, 1, 2, 3\}$$

$$\text{Với } x = 0 \Rightarrow y^2 = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ (thỏa mãn)}$$

$$\text{Với } x = 1 \Rightarrow y^2 = 2 \text{ (loại)}$$

$$\text{Với } x = 2 \Rightarrow y^2 = 2 \text{ (loại)}$$

$$\text{Với } x = 3 \Rightarrow y^2 = 0 \Rightarrow y = 0$$

$$\text{Vậy } (x, y) \in \{(0, 0), (3, 0)\}$$

$$\text{b) } y^2 = 5 - |x - 1|$$

$$\text{Ta có: } 5 - |x - 1| \geq 0$$

$$\Leftrightarrow |x - 1| \leq 5$$

$$\Leftrightarrow -5 \leq x - 1 \leq 5$$

$$\Leftrightarrow -4 \leq x \leq 6$$

$$\text{Mà } x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$x$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
$y^2$	0	1	2	3	4	5	4	3	2	1	0
$y$	0	$\pm 1$	Loại	Loại	$\pm 2$	Loại	$\pm 2$	Loại	Loại	$\pm 1$	0

$$\text{c) } 2y^2 = 3 - |x + 4|$$

$$\text{Ta có } 3 - |x + 4| \geq 0$$

$$\Leftrightarrow |x + 4| \leq 3$$

$$\Leftrightarrow -3 \leq x + 4 \leq 3$$

$$\Leftrightarrow -7 \leq x \leq -1$$

$$\text{Mà } x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{-7, -6, -5, -4, -3, -2, -1\}$$

$x$	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1
$2y^2$	0	1	2	3	2	1	0
$y^2$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0
$y$	0	Loại	$\pm 1$	Loại	$\pm 1$	Loại	0

d)  $3y^2 = 12 - |x - 2|$

Ta có  $12 - |x - 2| \geq 0$ 

$$\Leftrightarrow |x - 2| \leq 12$$

$$\Leftrightarrow -12 \leq x - 2 \leq 12$$

$$\Leftrightarrow -10 \leq x \leq 14$$

Mà  $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{-10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14\}$ 

Lập bảng các giá trị ta tìm được

$$(x, y) = \{(-10, 0), (-7, 1), (-7, -1), (2, -2), (2, 2), (11, -1), (11, 1), (14, 0)\}$$

**Bài 4:** Tìm  $x$  thỏa mãn:  $(x+2)(x-3) < 0$ **Bài giải:****Cách 1:** Xét các trường hợp:

$$(x+2)(x-3) < 0$$

+) TH1: 
$$\begin{cases} x+2 > 0 \\ x-3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -2 \\ x < 3 \end{cases} \Rightarrow -2 < x < 3$$

+) TH2: 
$$\begin{cases} x+2 < 0 \\ x-3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \\ x > 3 \end{cases} \text{ (vô lý)}$$

Vậy  $-2 < x < 3$ **Bài 5:** Tìm số nguyên  $x$  thỏa mãn:

a)  $(2x-1)(2x-5) < 0$

b)  $(3-2x)(x+2) > 0$

c)  $(3x+1)(5-2x) > 0$

**Bài giải**

a)  $(2x-1)(2x-5) < 0$

TH1: 
$$\begin{cases} 2x-1 < 0 \\ 2x-5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{1}{2} \\ x > \frac{5}{2} \end{cases} \text{ (vô lý)}$$

$$\text{TH2: } \begin{cases} 2x-1 > 0 \\ 2x-5 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x < \frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x < \frac{5}{2}$$

$$\text{Mà } x \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x \in \{1; 2\}$$

$$\text{b) } (3-2x)(x+2) > 0$$

$$\text{TH1: } \begin{cases} 3-2x < 0 \\ x+2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{3}{2} \\ x < -2 \end{cases} \text{ (vô lý)}$$

$$\text{TH2: } \begin{cases} 3-2x > 0 \\ x+2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{3}{2} \\ x > -2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < x < \frac{3}{2}$$

$$\text{Mà } x \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x \in \{-1; 0; 1\}$$

$$\text{c) } (3x+1)(5-2x) > 0$$

$$\text{TH1: } \begin{cases} 3x+1 < 0 \\ 5-2x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -\frac{1}{3} \\ x > \frac{5}{2} \end{cases} \text{ (vô lý)}$$

$$\text{TH2: } \begin{cases} 3x+1 > 0 \\ 5-2x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{1}{3} \\ x < \frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{3} < x < \frac{5}{2}$$

$$\text{Mà } x \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x \in \{0, 1, 2\}$$

**Bài 6:** Tìm các cặp số nguyên  $(x; y)$  thỏa mãn:

$$\text{a) } (2-x)(x+1) = |y+1|$$

$$\text{b) } (x+3)(1-x) = |y|$$

$$\text{c) } (x-2)(5-x) = |2y+1| + 2$$

**Bài giải**

$$\text{a) } (2-x)(x+1) = |y+1|$$

$$\text{Ta có } (2-x)(x+1) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)(x+1) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow -1 \leq x \leq 2$$

$$\text{Mà } x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{-1; 0; 1; 2\}$$

$$\text{Với } x = -1 \Rightarrow |y+1| = 0 \Rightarrow y = -1 \text{ (thỏa mãn)}$$

$$\text{Với } x = 0 \Rightarrow |y+1| = 2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y+1=2 \\ y+1=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=1 \\ y=-3 \end{cases}$$

$$\text{Với } x = 1 \Rightarrow |y+1| = 2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y+1=2 \\ y+1=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=1 \\ y=-3 \end{cases}$$

$$\text{Với } x = 2 \Rightarrow |y+1| = 0$$

$$\Leftrightarrow y = -1$$

$$\text{Vậy } (x, y) \in \{(-1; -1), (0; -3), (0; 1), (1; -3), (1; 1), (2; -1)\}$$

$$\text{b) } (x+3)(1-x) = |y|$$

$$\text{Ta có } (x+3)(1-x) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x+3)(x-1) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow -3 \leq x \leq 1$$

$$\text{Mà } x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{-3, -2, -1, 0, 1\}$$

$$\text{Với } x = -3 \Rightarrow |y| = 0 \Rightarrow y = 0$$

$$\text{Với } x = -2 \Rightarrow |y| = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} y=3 \\ y=-3 \end{cases}$$

$$\text{Với } x = -1 \Rightarrow |y| = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} y=4 \\ y=-4 \end{cases}$$

$$\text{Với } x = 0 \Rightarrow |y| = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} y=3 \\ y=-3 \end{cases}$$

$$\text{Với } x = 1 \Rightarrow |y| = 0 \Rightarrow y = 0$$

$$\text{Vậy } (x, y) \in \{(-3, 0), (-2, -3), (-2, 3), (-1, 4), (-1, -4), (0, 3), (0, -3), (1, 0)\}$$

$$\text{c) } (x-2)(5-x) = |2y+1| + 2$$

$$\text{Vì } |2y+1| + 2 > 0$$



$$\text{Nên: } (x-2)(5-x) > 0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)(x-5) < 0$$

$$\Leftrightarrow 2 < x < 5$$

$$\text{Mà } x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{3; 4\}$$

$$\text{Với } x=3 \Rightarrow |2y+1|+2=2$$

$$\Leftrightarrow |2y+1|=0$$

$$\Leftrightarrow 2y+1=0$$

$$\Leftrightarrow y = -\frac{1}{2} \text{ (loại)}$$

$$\text{Với } x=4 \Rightarrow |2y+1|+2=2$$

$$\Leftrightarrow |2y+1|=0$$

$$\Leftrightarrow 2y+1=0$$

$$\Leftrightarrow y = -\frac{1}{2} \text{ (loại)}$$

Vậy không có giá trị của  $x, y$  thỏa mãn

**Bài 7:** Tìm các cặp số nguyên  $(x, y)$  thỏa mãn:

$$\text{a) } (x+1)(3-x) = 2|y|+1$$

$$\text{b) } (x-2)(5-x) - |y+1| = 1$$

$$\text{c) } (x-3)(x-5) + |y-2| = 0$$

**Bài giải**

$$\text{a) } (x+1)(3-x) = 2|y|+1$$

Vì  $2|y|+1 > 0$  nên  $(x+1)(3-x) > 0$

$$\Leftrightarrow (x+1)(x-3) < 0$$

$$\Leftrightarrow -1 < x < 3$$

$$\text{Mà } x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{0; 1; 2\}$$

$$\text{Với } x=0 \Rightarrow 2|y|+1=3$$

$$\Leftrightarrow |y|=1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=1 \\ y=-1 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

Với  $x=1 \Rightarrow 2|y|+1=4$

$$\Leftrightarrow |y| = \frac{3}{2} \text{ (loại vì } y \in \mathbb{Z} \text{)}$$

Với  $x=2 \Rightarrow 2|y|+1=3$

$$\Leftrightarrow |y|=1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=1 \\ y=-1 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy  $(x,y) \in \{(0,-1), (0,1), (2,-1), (2,1)\}$

b)  $(x-2)(5-x)-|y+1|=1$

$$\Leftrightarrow (x-2)(5-x)=|y+1|+1$$

Vì  $|y+1|+1 > 0$  nên  $(x-2)(5-x) > 0$

$$\Leftrightarrow (x-2)(x-5) < 0$$

$$\Leftrightarrow 2 < x < 5$$

Mà  $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{3,4\}$

Với  $x=3 \Rightarrow |y+1|+1=2$

$$\Leftrightarrow |y+1|=1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y+1=1 \\ y+1=-1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=0 \\ y=-2 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

Với  $x=4 \Rightarrow |y+1|+1=2$

$$\Leftrightarrow |y+1|=1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y+1=1 \\ y+1=-1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=0 \\ y=-2 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy  $(x,y) = \{(3,0), (3,-2), (4,0), (4,-2)\}$

c)  $(x-3)(x-5)+|y-2|=0$

$$\Leftrightarrow (x-3)(x-5) = -|y-2|$$

Ta có:  $(x-3)(x-5) \leq 0$

$$\Leftrightarrow 3 \leq x \leq 5$$

Mà  $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{3, 4, 5\}$

Với  $x=3 \Rightarrow |y-2|=0 \Leftrightarrow y=2$  (thỏa mãn)

Với  $x=4 \Rightarrow |y-2|=1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y-2=1 \\ y-2=-1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=3 \\ y=1 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

Với  $x=5 \Rightarrow |y-2|=0 \Leftrightarrow y=2$  (thỏa mãn)

Vậy  $(x, y) \in \{(3, 2), (4, 1), (4, 3), (5, 2)\}$

VINASTUDY.VN