

VINA 3 – BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 7

GIÁO VIÊN: NGUYỄN THÀNH LONG

TÌM GIÁ TRỊ LỚN NHẤT – NHỎ NHẤT CHỨA DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI (PHẦN 3) – ĐÁP ÁN

www.vinastudy.vn**Bài 1:** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = |x+1| + |x+5|$ **Bài giải:**

$$A = |x+1| + |x+5|$$

$$\text{Ta có: } |x+1| + |x+5| = |x+1| + |-x-5| \geq |(x+1) + (-x-5)| = |-4| = 4$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra khi } (x+1)(-x-5) \geq 0 \Leftrightarrow (x+1)(x+5) \leq 0 \Leftrightarrow -5 \leq x \leq -1$$

Bài 2: Tìm giá trị nhỏ nhất của: $B = |x-2019| + |x-2020|$ **Bài giải:**

$$B = |x-2019| + |x-2020| = |x-2019| + |2020-x| \geq |x-2019+2020-x| = 1$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra } \Leftrightarrow (x-2019)(2020-x) \geq 0 \Leftrightarrow 2019 \leq x \leq 2020$$

$$\text{Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức B là: } 1 \Leftrightarrow 2019 \leq x \leq 2020$$

Bài 3: Tìm giá trị nhỏ nhất của $M = |24-x| + |x-3| + |x+2000|$ **Bài giải:**

$$M = |24-x| + |x-3| + |x+2000|$$

$$M = (|24-x| + |x+2000|) + |x-3|$$

$$\text{Ta có: } |24-x| + |x+2000| \geq |24-x+x+2000| = 2024$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra } \Leftrightarrow (24-x)(x+2000) \geq 0 \Leftrightarrow -2000 \leq x \leq 24$$

$$\text{Lại có: } |x-3| \geq 0 \text{ dấu “=” xảy ra } \Leftrightarrow x=3$$

$$\text{Do đó: } (|24-x| + |x+2000|) + |x-3| \geq 2024 \text{ dấu “=” xảy ra } \Leftrightarrow \begin{cases} -2000 \leq x \leq 24 \\ x=3 \end{cases} \Leftrightarrow x=3$$

$$\text{Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức M là 2024 khi } x=3$$

Bài 4: Tìm giá trị nhỏ nhất của $D = |x-1| + |x-2| + |x-3|$ **Bài giải:**Liên hệ đăng kí học online tại www.vinastudy.vn - 0932-39-39-56

Liên hệ đăng kí học offline tại Hoàng Ngọc Phách - Đống Đa - Hà Nội -0832.64.64.64 -Trang 1

Ta có: $|x-1|+|x-2|+|x-3|=(|x-1|+|x-3|)+|x-2|$

Mà: $|x-1|+|x-3|=|x-1|+|3-x| \geq |(x-1)+(3-x)| = 2$

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow (x-1)(3-x) \geq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 3$

Suy ra: $(|x-1|+|x-3|)+|x-2| \geq 2$ với mọi x

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)(3-x) \geq 0 \\ x-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq x \leq 3 \\ x=2 \end{cases} \Leftrightarrow x=2$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức D là 2 khi $x=2$

Bài 5: Tìm giá trị nhỏ nhất của: $C = |2x-3| + |x+2|$

Bài giải:

$$C = |2x-3| + |x+2|$$

Ta có bảng sau:

x	$\frac{3}{2}$			
$2x-3$	-	-	0	+
$x+2$	-	0	+	+

+) Với $x \leq -2$ thì $\begin{cases} 2x-3 < 0 \\ x+2 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |2x-3| = -(2x-3) \\ |x+2| = -(x+2) \end{cases}$

Khi đó ta được:

$$C = -(2x-3) - (x+2) = -2x+3-x-2 = -3x+1$$

Vì $x \leq -2$ nên $-3x \geq -3 \cdot (-2) = 6$

$$\Rightarrow -3x+1 \geq 6+1=7$$

Vậy với $x \leq -2$ thì giá trị nhỏ nhất của biểu thức C là 7 khi $x = -2$

+) Với $-2 < x \leq \frac{3}{2}$ thì $\begin{cases} 2x-3 \leq 0 \\ x+2 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |2x-3| = -(2x-3) \\ |x+2| = x+2 \end{cases}$

Khi đó ta được:

$$C = -(2x-3) + (x+2) = -x+5$$

Với $-2 < x \leq \frac{3}{2}$ thì $-x \geq -\frac{3}{2}$

$$\Rightarrow -x+5 \geq -\frac{3}{2}+5 = \frac{7}{2}$$

Vậy với $-2 < x \leq \frac{3}{2}$ thì giá trị nhỏ nhất của biểu thức C là $\frac{7}{2}$ khi $x = \frac{3}{2}$

+) Với $x > \frac{3}{2}$ thì $\begin{cases} 2x-3 > 0 \\ x+2 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |2x-3| = 2x-3 \\ |x+2| = x+2 \end{cases}$

Khi đó ta được:

$$C = (2x-3) + (x+2) = 3x-1$$

Với $x > \frac{3}{2}$ thì $3x > 3 \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$

$$\Rightarrow 3x-1 > \frac{9}{2}-1 = \frac{7}{2}$$

Vậy với $x > \frac{3}{2}$ thì giá trị của C luôn lớn hơn $\frac{7}{2}$

Từ (1), (2) và (3) suy ra giá trị nhỏ nhất của biểu thức C là $\frac{7}{2}$ khi $x = \frac{3}{2}$

Bài 6: Tìm giá trị nhỏ nhất của: $E = |x-1| + |x-2| + \dots + |x-2020|$

Bài giải:

$$E = |x-1| + |x-2| + \dots + |x-2020|$$

$$E = (|x-1| + |x-2020|) + (|x-2| + |x-2019|) + \dots + (|x-1010| + |x-1011|)$$

$$E = (|x-1| + |2020-x|) + (|x-2| + |2019-x|) + \dots + (|x-1010| + |1011-x|)$$

Ta có: $|x-1| + |2020-x| \geq |x-1+2020-x| = 2019$

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow (x-1)(2020-x) \geq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 2020$

$$|x-2| + |2019-x| \geq |(x-2) + (2019-x)| = 2017$$

Dấu “=” xảy ra $(x-2)(2019-x) \geq 0 \Leftrightarrow 2 \leq x \leq 2019$

....

$$|x - 1010| + |1011 - x| \geq |(x - 1010) + (1011 - x)| = 1$$

Dấu “=” xảy ra $(x - 1010)(1011 - x) \geq 0 \Leftrightarrow 1010 \leq x \leq 1011$

$$\text{Vậy } E \geq 2019 + 2017 + \dots + 1 = \frac{(2019+1) \cdot 1010}{2} = 1010^2$$

Giá trị nhỏ nhất của biểu thức E là 1010^2 dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow 1010 \leq x \leq 1011$

VINASTUDY.VN