

## VINA 3 – BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 7

GIÁO VIÊN: NGUYỄN THÀNH LONG

## LUYỆN TẬP 2: DÃY TỈ LỆ THỨC BẰNG NHAU – ĐÁP ÁN

[www.vinastudy.vn](http://www.vinastudy.vn)

**Bài 1.** Tìm  $x, y$  biết:  $\frac{1+2y}{8} = \frac{1+4y}{24} = \frac{1+6y}{6x}$

**Bài giải**

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{1+2y}{8} = \frac{1+4y}{24} = \frac{1+6y}{6x} = \frac{2(1+2y) - (1+4y)}{2 \cdot 8 - 24} = -\frac{1}{8}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1+2y}{8} = -\frac{1}{8} \\ \frac{1+6y}{6x} = -\frac{1}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1+2y = -1 \\ 6x = -8(1+6y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ 6x = -8 \cdot (1-6) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ x = \frac{20}{3} \end{cases}$$

**Bài 2.** Cho  $a+b+c=2007$  và  $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} = \frac{1}{90}$ . Tính  $S = \frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b}$

**Bài giải**

Ta có  $S = \frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b}$

$$\Rightarrow S+3 = \left(\frac{a}{b+c} + a\right) + \left(\frac{b}{c+a} + b\right) + \left(\frac{c}{a+b} + c\right)$$

$$\Rightarrow S+3 = \frac{a+b+c}{b+c} + \frac{a+b+c}{c+a} + \frac{a+b+c}{a+b}$$

$$\Rightarrow S+3 = (a+b+c) \cdot \left(\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a}\right)$$

$$\Rightarrow S+3 = 2007 \cdot \frac{1}{90} = \frac{223}{10}$$

$$\Rightarrow S = \frac{223}{10} - 3 = \frac{193}{10}$$

**Bài 3.** Cho  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \neq \pm 1$  và  $c \neq 0$ . Chứng minh rằng:

a)  $\left(\frac{a-b}{c-d}\right)^2 = \frac{ab}{cd}$

b)  $\left(\frac{a+b}{c+d}\right)^3 = \frac{a^3-b^3}{c^3-d^3}$

**Bài giải**

$$a) \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{a-b}{c-d}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{a-b}{c-d}\right)^2 = \frac{a-b}{c-d} \cdot \frac{a-b}{c-d} = \frac{a-b}{c} \cdot \frac{b}{d} = \frac{ab}{cd}$$

$$b) \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{a-b}{c-d} = \frac{a+b}{c+d}$$

Theo câu a ta có  $\frac{(a-b)^2}{(c-d)^2} = \frac{ab}{cd}$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{(a-b)^2}{(c-d)^2} = \frac{ab}{cd} = \frac{(a-b)^2 + 3ab}{(c-d)^2 + 3cd} = \frac{a^2 + ab + b^2}{c^2 + cd + d^2}$$

Ta có:  $\left(\frac{a-b}{c-d}\right)^3 = \frac{a-b}{c-d} \cdot \left(\frac{a-b}{c-d}\right)^2 = \frac{(a-b)(a^2 + ab + b^2)}{(c-d)(c^2 + cd + d^2)} = \frac{a^3 - b^3}{c^3 - d^3}$

Mà  $\frac{a+b}{c+d} = \frac{a-b}{c-d} \Rightarrow \left(\frac{a+b}{c+d}\right)^3 = \left(\frac{a-b}{c-d}\right)^3$

$$\Rightarrow \left(\frac{a+b}{c+d}\right)^3 = \frac{a^3 - b^3}{c^3 - d^3}$$

**Bài 4.** Tìm các số có ba chữ số, biết rằng số đó chia hết cho 18 và các chữ số của nó tỉ lệ với 1,2,3.

**Bài giải**

Gọi các số của số cần tìm là  $a, b, c$  ( $0 \leq a, b, c \leq 9$ ,  $a \neq 0$ ,  $a, b, c \in \mathbb{N}$ )

$$\Rightarrow 1 \leq a + b + c \leq 27$$

Vì số đó chia hết cho 18 mà  $18 = 2 \cdot 9$  nên số đó vừa chia hết cho 2 vừa chia hết cho 9.

Số đó chia hết cho 9  $\Rightarrow a + b + c : 9$

Mà  $1 \leq a + b + c \leq 27 \Rightarrow a + b + c \in \{9; 18; 27\}$

Các chữ số tỉ lệ với 1,2,3

$$\Rightarrow \frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{c}{3}$$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{c}{3} = \frac{a+b+c}{1+2+3} = \frac{a+b+c}{6}$$

Vì  $a, b, c \in \mathbb{N} \Rightarrow a + b + c : 6$

$$\Rightarrow a + b + c = 18$$

$$\Rightarrow \frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{c}{3} = \frac{18}{6} = 3$$

$$\Rightarrow a = 3, b = 6, c = 9$$

Vậy các số cần tìm là: 396, 936

VINASTUDY.VN