# VINA 3 – BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 7

## GIÁO VIÊN: NGUYỄN THÀNH LONG

### DẠNG 3: TÌM SỐ NGUYÊN TỐ THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN CHO TRƯỚC – ĐÁP ÁN

_____www.vinastudy.vn_____

**Bài 1:** Tìm các số nguyên tố $p$ sao cho:

a) $p+3$ là số nguyên tố.

b) $p+2,\ p+10$ đều là các số nguyên tố.

c) $p+2,\ p+8,\ p+14,\ p+36$ đều là các số nguyên tố.

***Bài giải:***

a) Vì $p$ là số nguyên tố nên $p+3 > 3$.

Do đó: $p+3$ là số nguyên tố lớn hơn 3 nên $p+3$ là số lẻ.

$p+3$ là số lẻ và 3 là số lẻ nên $p$ phải là số chẵn.

Ta có: số nguyên tố chẵn duy nhất là 2. Vậy $p=2$

b) $p+2,\ p+10$ đều là các số nguyên tố.

+) Với $p=2$ ta được: $p+2=2+2=4$ ; $p+10=2+10=12$ (không thỏa mãn)

+) Với $p=3$ ta được: $p+2=3+2=5$; $p+10=3+10=13$ (không thỏa mãn)

+) Với p > 3. Vì p là số nguyên tố nên p không chia hết cho 3. p chia cho 3 dư 1 hoặc dư 2.

Nếu p chia cho 3 dư 1. Khi đó $p+2$ chia hết cho 3.

Nếu p chia cho 3 dư 2. Khi đó $p+10$ chia hết cho 3.

Vậy p = 3.

c) $p+2,\ p+8,\ p+14,\ p+36$ đều là các số nguyên tố.

+) Với p = 2. Khi đó ta được: p + 2 = 2 + 2 = 4 (không là số nguyên tố)

+) Với p = 3. Khi đó ta được:

$p+2=3+2=5;\ p+8=3+8=11;\ p+14=3+14=17;\ p+36=3+36=39$ (39 không là số nguyên tố)

+) Với p = 5. Khi đó ta được:

$p+2=7;\ p+8=13;\ p+14=19;\ p+36=41$ (thỏa mãn)

+) Với p > 5. Vì p là số nguyên tố nên p không chia hết cho 5. p chia 5 dư 1; 2; 3 hoặc 4 hay p có dạng: 5k + 1; 5k + 2; 5k + 3; 5k + 4.

Nếu p có dạng 5k + 1. Khi đó: p + 14 = 5k + 1 + 14 = 5k + 15 chia hết cho 5 nên không là số nguyên tố.

Nếu p có dạng 5k + 2. Khi đó: p + 8 = 5k + 2 + 8 = 5k + 10 chia hết cho 5 nên không là số nguyên tố.

Nếu p có dạng 5k + 3. Khi đó: p + 2 = 5k + 3 + 2 = 5k + 5 chia hết cho 5 nên không là số nguyên tố.

Nếu p có dạng: 5k + 4. Khi đó: p + 36 = 5k + 4 + 36 = 5k + 40 chia hết cho 5 nên không là số nguyên tố.

Vậy p = 5.

**Bài 2:** Tìm 3 số nguyên tố liên tiếp p, q, r sao cho $(p^2+q^2+r^2)$ cũng là số nguyên tố

***Bài giải:***

Giả sử p < q < r nên $p^2<q^2<r^2$

Ta có $p,q,r$ là ba số nguyên tố liên tiếp nên p ≥ 2.

Do đó: $p^2>2$

Suy ra: $(p^2+q^2+r^2)>2$

Mà: $p^2+q^2+r^2$ là số nguyên tố nên $p^2+q^2+r^2$ là số lẻ.

Tổng ba số $p^2,q^2,r^2$ là số lẻ nên một trong ba số $p^2,q^2,r^2$ phải là số chẵn.

Mà $p^2<q^2<r^2$ suy ra $p^2$ là số chẵn $\Rightarrow$ p = 2

Vậy 3 số nguyên tố liên tiếp cần tìm là: 2; 3; 5.

**Bài 3:** Tìm ba số nguyên tố sao cho tích của chúng gấp 5 lần tổng của chúng.

***Bài giải:***

Gọi ba số nguyên tố cần tìm lần lượt là: m, n, p

Theo bài ra ta có: m.n.p = 5(m + n + p)

Vì 5(m + n + p) chia hết cho 5.

Nên m.n.p cũng phải chia hết cho 5.

Do đó một trong các số m, n, p phải chia hết cho 5. Mà m, n, p là số nguyên tố nên một trong ba số bằng 5.

Giả sử m = 5.

Thay m = 5 vào m.n.p = 5(m + n + p) ta được:

5.n.p = 5.(5 + n + p)

Suy ra: n.p = 5 + n + p

$\Rightarrow$ np – n – p = 5

n(p – 1) – (p – 1) = 5 + 1

(n – 1)(p – 1) = 6

Do đó: n – 1 $\in$ Ư(6) = {1; 2; 3; 6}

Mà: n là số nguyên tố nên n = 2 hoặc n = 7

Với n = 2 thì p = 7

Với n = 7 thì p = 2

Vậy ba số nguyên tố cần tìm là: 2; 5; 7.

**Bài 4**: Tìm số nguyên tố n sao cho (3n – 4); (4n – 5); (5n – 3) là số nguyên tố.

***Bài giải:***

Vì n là số nguyên tố.

+) Với n = 2 ta có: 3n – 4 = 3.2 – 4 = 2 là số nguyên tố.

4n – 5 = 4.2 – 5 = 3 là số nguyên tố.

5n – 3 = 5.2 – 3 = 7 là số nguyên tố.

Suy ra n = 2 (thỏa mãn)

+) Với n > 2.Vì n là số nguyên tố nên n = 2k + 1

Với n = 2k + 1 ta có: 5n – 3 = 5.(2k + 1) – 3 = 10k + 5 – 3 = 10k + 2 chia hết cho 2 (không là số nguyên tố)

Vậy n = 2.

**Bài 5:** Tìm số nguyên tố p sao cho $p^4+2$ cũng là số nguyên tố.

*(Đề thi Vòng 2, THPT Chuyên – Đại học Quốc gia Hà Nội , năm học 2007 – 2008)*

***Bài giải:***

Vì p là số nguyên tố.

+) Với p = 2 ta được: $p^4+2=2^4+2=18$ (không là số nguyên tố)

+) Với p = 3 ta được: $p^4+2=3^4+2=83$ (thỏa mãn là số nguyên tố)

+) Với p > 3. Vì p là số nguyên tố nên p có dạng: 3k + 1; 3k + 2

TH1: p = 3k + 1 ta được: $p^4+2=(3k+1)^4+2$

Ta thấy: $(3k+1)^4$ chia 3 dư 1 nên $(3k+1)^4+2$ chia hết cho 3.

Suy ra $p^4+2$ chia hết cho 3 (không là số nguyên tố).

TH2: p = 3k + 2 ta được: $p^4+2=(3k+2)^4+2$

Ta tấy: $(3k+2)^4$ chia 3 dư 1 nên $(3k+2)^4+2$ chia hết cho 3.

Suy ra: $p^4+2$chia hết cho 3 (không là số nguyên tố)

Vậy p = 3.

**Bài 6:** Tìm tất cả các số nguyên tố $p$ sao cho $p$ vừa là tổng, vừa là hiệu của hai số nguyên tố.

***Bài giải:***

Giả sử p = a + b = c – d với a, b, c, d là các số nguyên tố thì p > 2.

Khi đó: a và b không cùng lẻ và không cùng chẵn nên phải có một số bằng 2.

Giả sử b = 2

Tương tự ta có d = 2

$\Rightarrow$ p = c – 2 = a + 2.

+) Với p = 3 ta có: a + 2 = 3

$\Rightarrow$ a = 1 (không là số nguyên tố)

+) Với p = 5 $\Rightarrow$5 = c – 2 = a + 2

Suy ra: a = 3; c = 7 (thỏa mãn)

+) Với p > 5. Vì p = a + 2 = c – 2 suy ra: a = p – 2; c = p + 2 đều là số nguyên tố.

Ta có: p – 2; p; p + 2 đều là số nguyên tố.

Vì p > 5 nên p có dạng: 3k + 1; 3k + 2

TH1: p = 3k +1 thì p + 2 = 3k + 1 + 2 = 3k + 3 chia hết cho 3 (Loại)

TH2: p = 3k +2 thì p – 2 = 3k + 2 – 2 = 3k chai hết cho 3 (Loại)

Vậy p = 5

**VINASTUDY.**