

VINA 3 – BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 7

GIÁO VIÊN: NGUYỄN THÀNH LONG

DẠNG 5: CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN SỐ NGUYÊN TỐ - ĐÁP ÁN

www.vinastudy.vn

Bài 1: Tìm ba số nguyên tố sao cho tích của chúng gấp 5 lần tổng của chúng.

Bài giải:

Gọi ba số nguyên tố cần tìm lần lượt là: m, n, p

Theo bài ra ta có: $m.n.p = 5(m + n + p)$

Vì $5(m + n + p)$ chia hết cho 5.

Nên $m.n.p$ cũng phải chia hết cho 5.

Do đó một trong các số m, n, p phải chia hết cho 5. Mà m, n, p là số nguyên tố nên một trong ba số bằng 5.

Giả sử $m = 5$.

Thay $m = 5$ vào $m.n.p = 5(m + n + p)$ ta được:

$$5.n.p = 5.(5 + n + p)$$

$$\text{Suy ra: } n.p = 5 + n + p$$

$$\Rightarrow np - n - p = 5$$

$$n(p - 1) - (p - 1) = 5 + 1$$

$$(n - 1)(p - 1) = 6$$

$$\text{Do đó: } n - 1 \in U(6) = \{1; 2; 3; 6\}$$

Mà: n là số nguyên tố nên $n = 2$ hoặc $n = 7$

$$\text{Với } n = 2 \text{ thì } p = 7$$

$$\text{Với } n = 7 \text{ thì } p = 2$$

Vậy ba số nguyên tố cần tìm là: 2; 5; 7.

Bài 2: Tìm số nguyên tố n sao cho $(3n - 4); (4n - 5); (5n - 3)$ là số nguyên tố.

Bài giải:

Vì n là số nguyên tố.

+) Với $n = 2$ ta có: $3n - 4 = 3.2 - 4 = 2$ là số nguyên tố.

$4n - 5 = 4.2 - 5 = 3$ là số nguyên tố.

$5n - 3 = 5.2 - 3 = 7$ là số nguyên tố.

Suy ra $n = 2$ (thỏa mãn)

+) Với $n > 2$. Vì n là số nguyên tố nên $n = 2k + 1$

Với $n = 2k + 1$ ta có: $5n - 3 = 5.(2k + 1) - 3 = 10k + 5 - 3 = 10k + 2$ chia hết cho 2 (không là số nguyên tố)

Vậy $n = 2$.

Bài 3: Tìm p là số nguyên tố. Biết $p^2 + 92$ cũng là số nguyên tố.

Bài giải:

+) Với $p = 2$ ta có: $2^2 + 92 = 96$ (loại không là số nguyên tố)

+) Với $p = 3$ ta có: $3^2 + 92 = 101$ (thỏa mãn)

+) Với $p > 3$ vì p là số nguyên tố nên p có dạng: $3k + 1$ hoặc $3k + 2$.

TH1: $p = 3k + 1$ ta được p^2 chia 3 dư 1 nên $p^2 + 92$ chia hết cho 3 (loại)

TH2: $p = 3k + 2$ ta được p^2 chia 3 dư 1 nên $p^2 + 92$ chia hết cho 3 (loại)

Vậy $p = 3$.

Bài 4: Tìm số nguyên tố p sao cho $p^4 + 2$ cũng là số nguyên tố.

Bài giải:

Vì p là số nguyên tố.

+) Với $p = 2$ ta được: $p^4 + 2 = 2^4 + 2 = 18$ (không là số nguyên tố)

+) Với $p = 3$ ta được: $p^4 + 2 = 3^4 + 2 = 83$ (thỏa mãn là số nguyên tố)

+) Với $p > 3$. Vì p là số nguyên tố nên p có dạng: $3k + 1$; $3k + 2$

TH1: $p = 3k + 1$ ta được: $p^4 + 2 = (3k + 1)^4 + 2$

Ta thấy: $(3k + 1)^4$ chia 3 dư 1 nên $(3k + 1)^4 + 2$ chia hết cho 3.

Suy ra $p^4 + 2$ chia hết cho 3 (không là số nguyên tố).

TH2: $p = 3k + 2$ ta được: $p^4 + 2 = (3k + 2)^4 + 2$

Ta thấy: $(3k + 2)^4$ chia 3 dư 1 nên $(3k + 2)^4 + 2$ chia hết cho 3.

Suy ra: $p^4 + 2$ chia hết cho 3 (không là số nguyên tố)

Vậy $p = 3$.

Bài 5: Tìm tất cả các số nguyên tố p sao cho p vừa là tổng, vừa là hiệu của hai số nguyên tố.

Bài giải:

Giả sử $p = a + b = c - d$ với a, b, c, d là các số nguyên tố thì $p > 2$.

Khi đó: a và b không cùng lẻ và không cùng chẵn nên phải có một số bằng 2.

Giả sử $b = 2$

Tương tự ta có $d = 2$

$\Rightarrow p = c - 2 = a + 2$.

+) Với $p = 3$ ta có: $a + 2 = 3$

$\Rightarrow a = 1$ (không là số nguyên tố)

+) Với $p = 5 \Rightarrow 5 = c - 2 = a + 2$

Suy ra: $a = 3; c = 7$ (thỏa mãn)

+) Với $p > 5$. Vì $p = a + 2 = c - 2$ suy ra: $a = p - 2; c = p + 2$ đều là số nguyên tố.

Ta có: $p - 2; p; p + 2$ đều là số nguyên tố.

Vì $p > 5$ nên p có dạng: $3k + 1; 3k + 2$

TH1: $p = 3k + 1$ thì $p + 2 = 3k + 1 + 2 = 3k + 3$ chia hết cho 3 (Loại)

TH2: $p = 3k + 2$ thì $p - 2 = 3k + 2 - 2 = 3k$ chia hết cho 3 (Loại)

Vậy $p = 5$

VINASTUDY.