VINA 3 – BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 7

GIÁO VIÊN: NGUYỄN THÀNH LONG

PHƯƠNG PHÁP QUY NẠP TOÁN HỌC - DẠNG 1: CHỨNG MINH ĐẲNG THỨC – ĐÁP ÁN

www.vinastudy.vn

Bài 1: Chứng minh rằng với $n\in\mathbb{N}^*$ thì $2+3+5+...+(2n-1)=n^2$

Bài giải:

$2+3+5+...+(2n-1)=n^2$ (*)

+) Kiểm tra với $n=1$ ta được: $1=1^2$ (đúng)

+) Giả sử (*) đúng với $n=k$ (với $k\in\mathbb{N}^*;k\ge 1$), tức là:

$S_k=1+3+5+...+(2k-1)=k^2$ (giả thiết quy nạp)

+) Cần chứng minh (*) cũng đúng với $n=k+1$, tức là cần chứng minh:

$S_{k+1}=1+3+5+...+(2k-1)+2\left[\left(2(k+1)-1\right)\right]=(k+1)^2$

Thật vậy: $S_{k+1}=S_k+\left[2(k+1-1)\right]=k^2+2k+1=(k+1)^2$

Vậy (*) đúng với mọi $n\in\mathbb{N}^*$

Bài 2: Chứng minh rằng với $n\in\mathbb{N}^*$ thì $2+5+8+...+(3n-1)=\dfrac{n(3n+1)}{2}$

Bài giải:

$2+5+8+...+(3n-1)=\dfrac{n(3n+1)}{2}$ (*)

+) Kiểm tra với $n=1$ ta được: $2=2$ (đúng)

+) Giả sử (*) đúng với $n=k$ (với $k\in\mathbb{N}^*;k\ge 1$), tức là:

$S_k=2+5+8+...+(3k-1)=\dfrac{k(3k+1)}{2}$ (giả thiết quy nạp)

+) Ta cần chứng minh (*) cũng đúng với $n=k+1$, tức là cần chứng minh:

$S_{k+1}=2+5+8+...+(3k-1)+\left[3(k+1)-1\right]=\dfrac{(k+1)\left[3(k+1)+1\right]}{2}$

Thật vậy:

$$S_{k+1}=S_k+\left[3(k+1)-1\right]=\frac{k(3k+1)}{2}+\left[3(k+1)-1\right]=\frac{3k^2+7k+4}{2}=\frac{3(k+1)\left(k+\frac{4}{3}\right)}{2}=\frac{(k+1)\left[3(k+1)+1\right]}{2}$$

Vậy (*) đúng với mọi $n\in\mathbb{N}^*$

Bài 3: Chứng minh rằng: A = $1.2+2.5+...+n(3n-1)=n^2(n+1)$

Bài giải:

+) Ta thấy đẳng thức trên đúng với n=1 vì 1.(3.1−1)=12(1+1)1.(3.1−1)=12(1+1)

+) Giả sử đẳng thức đúng với n=k (với $k\in\mathbb{N};\ k\geq 1$) (đây là giả thiết quy nạp)

Ta có A(k) = $1.2+2.5+...+k(3k-1)=k^2(k+1)$

+) Ta sẽ chứng minh rằng đẳng thức đúng với n= k+1.

Tức là: A$(k+1)=1.2+2.5+...+k(3k-1)+(k+1)\left[3(k+1)-1\right]=(k+1)^2(k+2)$

Thật vậy ta có:

$$A(k+1)=1.2+2.5+...+k(3k-1)+(k+1)\left[3(k+1)-1\right]$$

$$A(k+1)=A(k)+(k+1)\left[3(k+1)-1\right]=k^2(k+1)+(k+1)\left[3(k+1)-1\right]$$
$$=(k+1)\left[k^2+3k+3-1\right]=(k+1)\left(k^2+3k+2\right)=(k+1)(k+1)(k+2)=(k+1)^2(k+2)$$

Vậy đẳng thức đúng với n= k+1.

Bài 4: Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương n, ta luôn có:

$$1.2+2.3+...+n(n+1)=\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

Bài giải:

$$1.2+2.3+...+n(n+1)=\frac{n(n+1)(n+2)}{3} \qquad (*)$$

+) Với $n=1$, ta có: $1.2=2$ (đúng)

+) Giả sử (*) đúng với $n=k$, tức là:

$1.2+2.3+...+k(k+1)=\dfrac{k(k+1)(k+2)}{3}$

+) Ta cần chứng minh (*) cũng đúng với $n=k+1$. Tức là cần chứng minh:

$1.2+2.3+...+k(k+1)+(k+1)(k+2)=\dfrac{(k+1)(k+2)(k+3)}{3}$

Thật vậy: $1.2+2.3+...+k(k+1)+(k+1)(k+2)=\left[1.2+2.3+....+k(k+1)\right]+(k+1)(k+2)$

$=\dfrac{k(k+1)(k+2)}{3}+(k+1)(k+2)=\dfrac{k(k+1)(k+2)}{3}+\dfrac{3(k+1)(k+2)}{3}=\dfrac{(k+1)(k+2)(k+3)}{3}$

Vậy (*) đúng với mọi số nguyên dương n.

VINASTUDY.