VINA 3 – BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 7

GIÁO VIÊN: NGUYỄN THÀNH LONG

PHƯƠNG PHÁP QUY NẠP TOÁN HỌC – DẠNG 3: CHỨNG MINH CHIA HẾT – ĐÁP ÁN

Bài 1: CMR: với mọi số tự nhiên $n \ge 1$ ta có $2^{2n+2}+2 \vdots 3$

Bài giải:

A = $2^{2n+2}+2 \vdots 3$

Ta có: $2^{2n+2}+2=4.4^n+2$

Với số tự nhiên $n \ge 1$ ta có: $4^n \equiv 1$ (mod 3)

$\Rightarrow 4.4^n+2 \equiv 6 \equiv 0$ (mod 3)

Hay A chia hết cho 3.

Bài 2: CMR: với mọi số tự nhiên $n \ge 1$ ta có $\left(13^n+17\right)$ chia hết cho 6.

Bài giải:

B = 13^n+17

Với số tự nhiên $n \ge 1$ ta có: $13^n \equiv 1$ (mod 6)

$\Rightarrow 13^n+17 \equiv 0$ (mod 6)

Hay B chia hết cho 6.

Bài 3: CMR: với mọi số tự nhiên $n \ge 1$ ta có $10^n+18n-1$ chia hết cho 27.

Bài giải:

$10^n+18n-1 \vdots 27$ (*)

+) Bước 1: Với n = 1 ta có: $10^1+18.1-1=27$ chia hết cho 27.

Vậy (*) đúng với n = 1.

+) Bước 2: Giả sử (*) đúng với n = k ≥ 1 khi đó ta có: $10^k+18k-1 \vdots 27$

+) Bước 3: Ta cần chứng minh rằng (*) cũng đúng với $n=k+1$, tức là cần phải chứng minh: $10^{k+1}+18(k+1)-1 \vdots 27$

Thật vậy:

$10^{k+1}+18(k+1)-1=10.10^k+18k+17=10.10^k+180k-162k-10+27$

$=(10.10^k+180k-10)-(162k-27)=10.(10^k+18k-1)-27.(6k-1)$

Mà $\begin{cases}10^k+18k-1 \vdots 27\\ 27.(6k-1) \vdots 27\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}10.(10^k+18k-1) \vdots 27\\ 27(6k-1) \vdots 27\end{cases} \Rightarrow 10(10^k+18k-1)-27(6k-1) \vdots 27$

Vậy (*) cũng đúng với n = k + 1.

Vậy với mọi số tự nhiên $n \ge 1$ ta có $10^n+18n-1$ chia hết cho 27.

Bài 4: CMR: với mọi số tự nhiên $n \ge 1$ ta có $3^{2n+3}+40n-27$ chia hết cho 64.

Bài giải:

$3^{2n+3}+40n-27 \vdots 64$ (*)

+) Bước 1: Với n = 1 ta có: $3^{2.1+3}+40.1-27=256$ chia hết cho 64.

Vậy (*) đúng với n = 1.

+) Bước 2: Giả sử (*) đúng với n = k ≥ 1, khi đó ta có: $3^{2k+3}+40k-27 \vdots 64$

+) Bước 3: Ta cần chứng minh (*) cũng đúng với $n=k+1$. Tức là cần phải chứng minh: $3^{2(k+1)+3}+40(k+1)-27 \vdots 64$

Thật vậy: $3^{2(k+1)+3}+40(k+1)-27=3^{2k+5}+40(k+1)-27$

$=3^2.3^{2k+3}+40k+13$

$=9.3^{2k+3}+360k-320k-243+256$

$=(9.3^{2k+3}+360k-243)-(320k-256)$

$=9(3^{2k+3}+40k-27)-64.(5k-4)$

Mà:

$\begin{cases}3^{2k+3}+40k-27 \vdots 64\\ 64(5k-4) \vdots 64\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}9.(3^{2k+3}+40k-27) \vdots 64\\ 64(5k-4) \vdots 64\end{cases} \Rightarrow 9(3^{2k+3}+40k-27)-64.(5k-4) \vdots 64$

Vậy (*) cũng đúng với n = k + 1.

Vậy với mọi số tự nhiên $n \ge 1$ ta có $3^{2n+3}+40n-27$ chia hết cho 64.

Bài 5: Chứng minh rằng, với mọi số nguyên dương n ta có 7^n+3n-1 chia hết cho 9.

Bài giải:

$7^n + 3n - 1 \vdots 9$ (*)

+) Với n = 1 ta có: $7^1 + 3.1 - 1 = 9 \vdots 9$.

Vậy (*) đúng với n = 1.

+) Giả sử (*) đúng với n = k nguyên dương. Khi đó ta có: $7^k + 3k - 1 \vdots 9$

+) Ta cần chứng minh (*) cũng đúng với n = k + 1. Tức là cần chứng minh: $7^{k+1} + 3(k+1) - 1 \vdots 9$

Thật vậy: $7^{k+1} + 3(k+1) - 1 = 7.7^k + 3k + 2$

$$= 7.7^k + 21k - 18k - 7 + 9$$
$$= (7.7^k + 21k - 7) - (18k - 9)$$
$$= 7.(7^k + 3k - 1) - 9(2k - 1)$$

Mà: $\begin{cases} 7(7^k + 3k - 1) \vdots 9 \\ 9(2k-1) \vdots 9 \end{cases} \Rightarrow 7.(7^k + 3k - 1) - 9(2k - 1) \vdots 9$

Vậy (*) cũng đúng với n = k + 1.

Vậy với mọi số nguyên dương n ta có $7^n + 3n - 1$ chia hết cho 9.

Bài 6: Chứng minh rằng, với mọi số nguyên dương n ta có: $29^{2n} - 140n - 1$ chia hết cho 700.

Bài giải:

$29^{2n} - 140n - 1 \vdots 700$ (*)

+) Với n = 1 ta có: $29^{2.1} - 140.1 - 1 = 700 \vdots 700$

Vậy (*) đúng với n = 1.

+) Giả sử (*) đúng với n = k nguyên dương. Khi đó ta có: $29^{2k} - 140k - 1 \vdots 700$

+) Ta cần chứng minh (*) cũng đúng với n = k + 1. Tức là cần chứng minh:
$29^{2(k+1)} - 140(k+1) - 1 \vdots 700$

Thật vậy: $29^{2(k+1)} - 140(k+1) - 1 = 29^{2k}.29^2 - 140k - 141$

$$= 841.29^{2k} - 140k - 141$$
$$= 700.29^{2k} + 140.29^{2k} + 29^{2k} - 140k - 140 - 1$$
$$= 700.29^{2k} + (29^{2k} - 140k - 1) + 140(29^{2k} - 1)$$

Ta có: $29^2 = 841 \equiv 1 \pmod 5$ $\Rightarrow 29^{2k} \equiv 1 \pmod 5$ $\Rightarrow 29^{2k} - 1 \equiv 0 \pmod 5$

Suy ra: $140.\left(29^{2k}-1\right)$ chia hết cho 700.

$$\begin{cases}700.29^{2k}\ \vdots\ 700\\ 29^{2k}-140k-1\ \vdots\ 700\\ 140.\left(29^{2k}-1\right)\ \vdots\ 700\end{cases}\Rightarrow 700.29^{2k}+\left(29^{2k}-140k-1\right)+140\left(29^{2k}-1\right)\ \vdots\ 700$$

Hay $29^{2(k+1)}-140(k+1)-1$

Vậy (*) cũng đúng với $n=k+1$.

Vậy với mọi số nguyên dương n ta có: $29^{2n}-140n-1$ chia hết cho 700.

VINASTUDY.