

VINA 3 – BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 7
GIÁO VIÊN: NGUYỄN THÀNH LONG
DẠNG 6: NGUYÊN LÝ DIRICHLET VÀ ỨNG DỤNG – ĐÁP ÁN

www.vinastudy.vn

Bài 1: Một hội nghị có 52 đại biểu được ngồi vào 10 dãy ghế. Chứng minh rằng tồn tại một dãy ghế có số đại biểu ngồi lớn hơn hoặc bằng 6.

Bài giải:

Theo nguyên lý Dirichlet, tồn tại một dãy ghế có số đại biểu ngồi không ít hơn:

$$\left[\frac{52}{10} \right] + 1 = 6$$

Bài 2. Phòng họp có 10 người tùy ý. Chứng minh luôn có ít nhất 2 người có số người quen bằng nhau.

Bài giải:

có 10 người nên số người quen nhiều nhất của mỗi người là 9.

Phòng 0: chứa những người không có người quen.

Phòng 1: chứa những người có 1 người quen.

.....

Phòng 9: chứa những người có 9 người quen.

Đề ý rằng phòng 0 và phòng 9 không thể cùng có người. Thực chất 10 người chứa trong phòng 9.

Theo nguyên lý Dirichlet tồn tại ít nhất $1 + \frac{10-1}{9} = 2$ người. từ đó có điều phải chứng minh.

Bài 3: Một hội nghị có n người tham dự ($n \geq 2$). Chứng minh rằng luôn tồn tại hai người có số người quen bằng nhau.

Bài giải:

có n người nên số người quen nhiều nhất của mỗi người là $n-1$.

Phòng 0: chứa những người không có người quen.

Phòng 1: chứa những người có 1 người quen.

.....

Phòng $n-1$: chứa những người có $n-1$ người quen.

Đề ý rằng phòng 0 và phòng $n-1$ không thể cùng có người. Thực chất n người chứa trong phòng $n-1$.

Theo nguyên lí dirichlet tồn tại ít nhất $1 + \frac{n-1}{n-1} = 2$ người. từ đó có điều phải chứng minh.

Bài 4. Một lớp có 30 học sinh. Khi viết chính tả, em A phạm 14 lỗi, các em khác phạm ít hơn, chứng minh có ít nhất 3 học sinh không mắc lỗi hoặc mắc số lỗi bằng nhau.

Bài giải:

giả sử:

Phòng 1: chứa các em mắc 1 lỗi

Phòng 2: chứa các em mắc 2 lỗi

.....

Phòng 14: chứa các em mắc 14 lỗi

Phòng 15: chứa các em không mắc lỗi.

Theo giả thiết phòng 14 chỉ có em A. suy ra còn lại 14 phòng chứa 29 em. Theo nguyên lí Dirichlet tại một phòng chứa ít nhất $1 + \frac{29-1}{14} = 3$ em. Ta suy ra điều phải chứng minh.

Bài 5. Trong một giải bóng đá có 10 đội tham gia, biết cứ hai đội nào trong số đó cũng đấu với nhau một trận. Chứng minh tại bất kì thời điểm nào cũng có hai đội đã đấu một số trận như nhau.

Bài giải:

Xét một thời điểm bất kì của lịch thi đấu (mỗi đội thi đấu tối đa 9 trận)

Phòng 0: chứa các đội chưa đấu trận nào.

Phòng 1: chứa các đội đã thi đấu 1 trận.

.....

Phòng 9: chứa các đội đã thi đấu 9 trận.

Đề ý rằng phòng 0 và phòng 9 không thể có cùng đội thi đấu.

Thực chất 10 đội chứa trong 9 phòng.

Theo nguyên lí Dirichlet suy ra tại một thời điểm bất kì nào cũng có 2 đội có số trận đấu như nhau.

VINASTUDY.