

VINA 3 – BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 7

GIÁO VIÊN: NGUYỄN THÀNH LONG

BÀI TẬP QUAN HỆ GIỮA ĐƯỜNG VUÔNG GÓC VÀ ĐƯỜNG XIÊN, ĐƯỜNG XIÊN VÀ HÌNH CHIẾU – ĐÁP ÁN

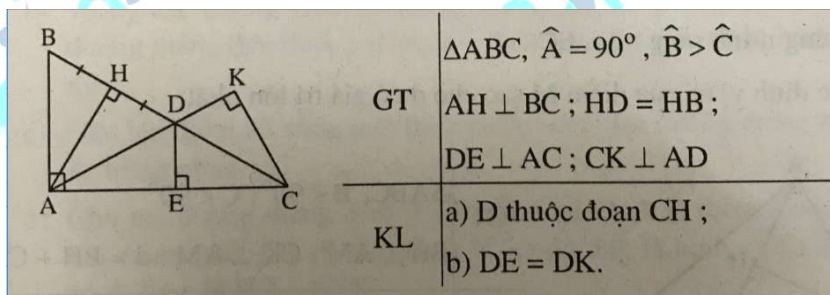
www.vinastudy.vn

Bài 1: Cho tam giác ABC vuông tại A, có $\widehat{B} > \widehat{C}$. Gọi H là hình chiếu của điểm A trên đường thẳng BC. Trên tia HC lấy điểm D sao cho $HD = HB$ (điểm D khác điểm B). Gọi E là hình chiếu của D trên đường thẳng AC và K là hình chiếu của C trên đường thẳng AD. Chứng minh rằng:

a) Điểm D nằm trên đoạn thẳng HC.

b) $DE = DK$

Bài giải:



a) Xét ΔABC vuông tại A nên H thuộc cạnh BC.

Xét ΔABC ta có: $\widehat{B} > \widehat{C}$

$\Rightarrow AC > AB$ (quan hệ giữa góc và cạnh đối diện)

Vì đường xiên AC lớn hơn đường xiên AB nên hình chiếu HC lớn hơn hình chiếu HB.

Mà: $HB = HD$ (gt) $\Rightarrow HC > HD$.

Mà: điểm D thuộc tia HC, suy ra điểm D nằm giữa hai điểm H và C, hay điểm D thuộc đoạn HC. (đpcm)

b) Ta có: $BA \perp AC; DE \perp AC$ nên $BA \parallel DE$.

$\Rightarrow \widehat{B} = \widehat{CDE}$ (hai góc đồng vị) (1)

Xét ΔAHB vuông tại H và ΔAHD vuông tại H ta có: AH chung; $BH = HD$

$\Rightarrow \Delta AHB = \Delta AHD$ (2 cạnh góc vuông)

$\Rightarrow \widehat{B} = \widehat{CDK}$ (hai góc tương ứng)

Mà: $\widehat{ADB} = \widehat{CDK}$ (hai góc đối đỉnh) $\Rightarrow \widehat{B} = \widehat{CDK}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $\widehat{CDE} = \widehat{CDK}$

Xét $\triangle CDE$ vuông tại E và $\triangle CDK$ vuông tại K ta có: DC chung; $\widehat{CDE} = \widehat{CDK}$

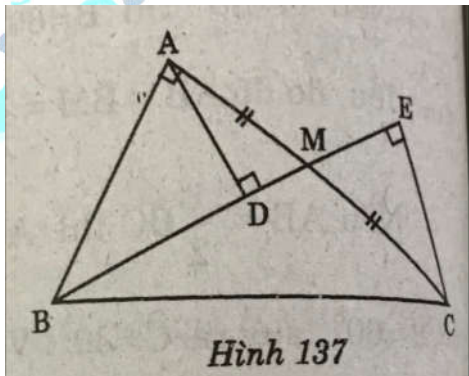
$\Rightarrow \triangle CDE = \triangle CDK$ (cạnh huyền – góc nhọn)

$\Rightarrow DE = DK$ (hai cạnh tương ứng) (đpcm)

Bài 2: Cho tam giác ABC vuông tại A, M là trung điểm của AC. Gọi D và E lần lượt là hình chiếu của A và C xuống đường thẳng BM.

So sánh $BD + BE$ với $2 \cdot AB$.

Bài giải:



Xét $\triangle ABM$ vuông tại A ta có: $\widehat{BAM} = 90^\circ > \widehat{AMB}$ nên $AB < BM = BD + MD$ (quan hệ giữa góc và cạnh đối diện)

Mặt khác $AB < BM = BE - ME$

Suy ra: $2 \cdot AB < BD + BE + MD - ME$ (1)

Xét $\triangle ADM$ vuông tại D và $\triangle CEM$ vuông tại E ta có: $AM = CM$; $\widehat{AMD} = \widehat{CME}$

$\Rightarrow \triangle ADM = \triangle CEM$ (cạnh huyền – góc nhọn)

$\Rightarrow MD = ME$ (2)

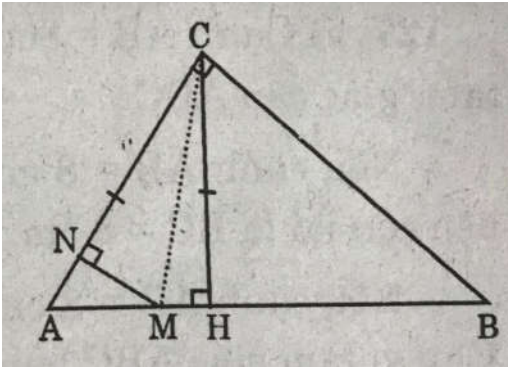
Từ (1) và (2) suy ra: $BD + BE = 2 \cdot AB$

Bài 3: Cho tam giác vuông ABC có $\widehat{C} = 90^\circ$, kẻ $CH \perp AB$. Trên các cạnh AB và AC lấy tương ứng hai điểm M và N sao cho $BM = BC$ và $CN = CH$. Chứng minh rằng:

a) $MN \perp AC$

b) $AC + BC < AB + CH$

Bài giải:



a) Xét ΔCMB ta có: $BM = BC$ nên ΔCMB cân tại B.

$$\Rightarrow \widehat{MCB} = \widehat{CMB}$$

Ta có: $\widehat{BCM} + \widehat{MCA} = \widehat{ACB} = 90^\circ$; $\widehat{CMH} + \widehat{MCH} = 90^\circ$ (tổng hai góc nhọn trong tam giác vuông CHM vuông tại H)

$$\Rightarrow \widehat{MCH} = \widehat{MCN}$$

Xét ΔMHC và ΔMNC ta có: CM chung; $\widehat{MCH} = \widehat{MCN}$; $CN = CH$

$$\Rightarrow \Delta MHC = \Delta MNC \text{ (c - g - c)}$$

$$\Rightarrow \widehat{CNM} = \widehat{CHM} = 90^\circ$$

Vậy $MN \perp AC$

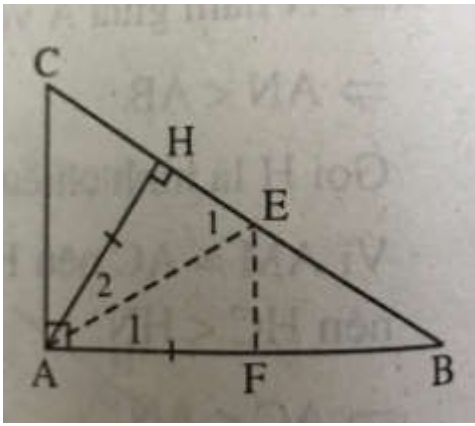
b) Ta có: $BM = BC$, $CH = CN$ và $AM > AN$ (xét tam giác ANM vuông tại N nên cạnh huyền lớn hơn cạnh góc vuông)

$$\text{Do đó: } BM + MA + CH > BC + CN + NA$$

$$\text{Hay } AB + CH > BC + CA$$

Bài 4: Cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi H là hình chiếu của A trên đường thẳng BC. Chứng minh rằng: $AH + BC > AB + AC$

Bài giải:



Ta có tam giác ABC là tam giác vuông nên H thuộc cạnh BC.

Trên tia CB lấy điểm E sao cho $CE = CA$.

Trên tia AB lấy điểm F sao cho $AF = AH$.

Ta có độ dài đường vuông góc CH nhỏ hơn độ dài đường xiên CA nên suy ra $CH < CE$.

Mặt khác, độ dài đường vuông góc CA nhỏ hơn độ dài đường xiên CB nên $CE < CB$.

Từ đó, ta có: $CH < CE < CB$ nên E nằm giữa H và B.

Vì độ dài đường vuông góc AH nhỏ hơn độ dài đường xiên AB

$$\Rightarrow AF < AB$$

$\Rightarrow F$ nằm giữa A và B.

Lại có: $CE = CA \Rightarrow \triangle ACE$ cân tại C $\Rightarrow \widehat{CAE} = \widehat{E_1}$.

$$\text{Mà: } \widehat{CAE} + \widehat{A_1} = 90^\circ ; \widehat{E_1} + \widehat{A_2} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{A_1} = \widehat{A_2}$$

Do đó: $\triangle AHE = \triangle AFE$ (c - g - c)

$$\Rightarrow \widehat{AHE} = \widehat{AFE} \text{ (hai góc tương ứng)}$$

$$\Rightarrow EF \perp AB$$

Ta có: $AH + BC = AF + CE + BE$

$$AB + AC = AF + BF + CE$$

Mà độ dài đường xiên BE lớn hơn độ dài đường vuông góc BF.

$$\Rightarrow AH + BC > AB + AC \text{ (đpcm)}$$

VINASTUDY.VN