

## VINA 3 – BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 7

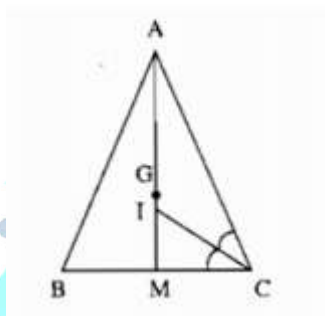
GIÁO VIÊN: NGUYỄN THÀNH LONG

DẠNG 2 – TÍNH CHẤT ĐƯỜNG PHÂN GIÁC VÀ TÍNH CHẤT 3 ĐƯỜNG PHÂN GIÁC ĐỒNG QUY – ĐÁP ÁN

[www.vinastudy.vn](http://www.vinastudy.vn)

**Bài 1:** Cho tam giác ABC cân tại A. Gọi G là trọng tâm của tam giác, gọi I là giao điểm các đường phân giác của tam giác. Chứng minh rằng ba điểm A, G, I thẳng hàng.

**Bài giải:**



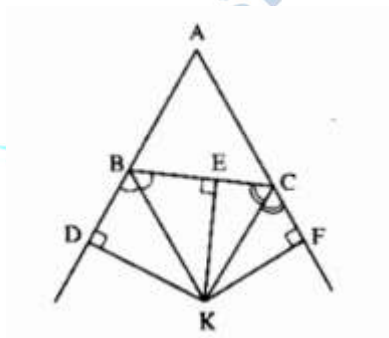
(h. 62) G là trọng tâm của  $\Delta ABC$  nên G thuộc đường trung tuyến AM. (1)

Trong tam giác cân, đường phân giác của góc ở đỉnh cũng là đường trung tuyến nên I cũng thuộc đường trung tuyến AM. (2)

Từ (1) và (2) suy ra A, G, I thẳng hàng.

**Bài 2:** Cho tam giác nhọn ABC. Chứng minh rằng hai đường phân giác của hai góc ngoài tại B và C và đường phân giác trong của góc A cùng đi qua một điểm.

**Bài giải:**



(h. 58) Gọi K là giao điểm của hai đường phân giác của hai góc ngoài tại B và C.

Kẻ  $KD \perp AB$ ,  $KE \perp BC$ ,  $KF \perp AC$ .

K thuộc tia phân giác của  $\widehat{CBD} \Rightarrow KD = KE$ . (1)

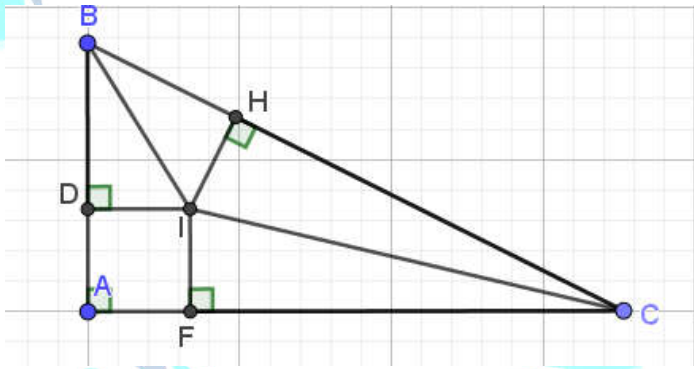
K thuộc tia phân giác của  $\widehat{BCF} \Rightarrow KE = KF$ . (2)

Từ (1) và (2) suy ra  $KD = KF$ .

Vậy K thuộc tia phân giác của  $\widehat{BAC}$ , tức là đường phân giác trong của góc A cũng đi qua điểm K.

**Bài 3:** Cho tam giác ABC vuông tại A. Các tia phân giác của góc B và C cắt nhau ở I. Kẻ IH vuông góc với BC ( $H \in BC$ ). Biết  $HI = 1$  cm;  $HB = 2$  cm;  $HC = 3$  cm. Tính chu vi tam giác ABC ?

**Bài giải:**



Từ I kẻ  $ID \perp AB$  ( $D \in AB$ );  $IF \perp AC$  ( $F \in AC$ )

Ta có: BI là phân giác của  $\widehat{DBH}$  (gt) nên  $ID = IH$  (t/c tia phân giác của một góc)

CI là tia phân giác của  $\widehat{HCF}$  (gt) nên  $IH = IF$  (t/c tia phân giác của một góc)

Do đó:  $IF = ID = IH = 1$  cm.

Xét  $\Delta BDI$  vuông tại D và  $\Delta BHI$  vuông tại H ta có:

BI chung;  $DI = IH$  (cmt)

Nên  $\Delta BDI = \Delta BHI$  (cạnh huyền – cạnh góc vuông)

Do đó:  $BH = BD = 2$  cm (hai cạnh tương ứng)

Chứng minh tương tự ta có:  $CH = CF = 3$  cm.

Xét tứ giác ADIF ta có:

$$\widehat{IDA} = \widehat{DAF} = \widehat{AFI} = 90^\circ$$

$$ID = IF = 1 \text{ cm}$$

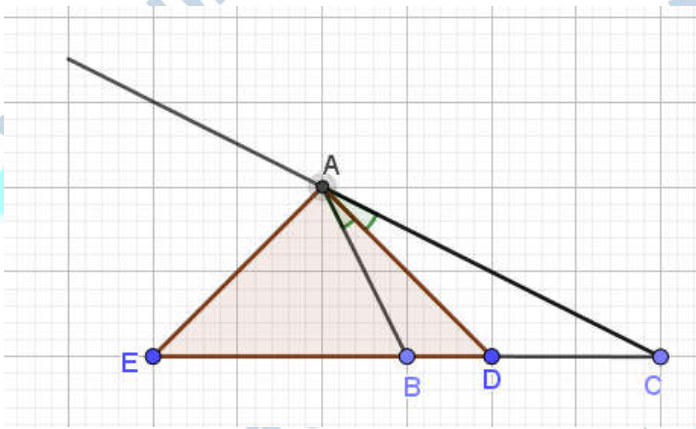
Nên tứ giác ADIF là hình vuông do đó:  $AD = AF = ID = IF = 1 \text{ cm}$

Vậy chu vi tam giác ABC là:

$$AB + AC + BC = AD + DB + BH + HC + CF + FA = 1 + 2 + 2 + 3 + 3 + 1 = 12 \text{ (cm)}$$

**Bài 4:** Tam giác ABC có  $\widehat{B} - \widehat{C} = 90^\circ$ . Các đường phân giác trong và ngoài của góc A cắt BC ở D và E. Chứng minh rằng: tam giác ADE vuông cân.

**Bài giải:**



Ta có: AE là tia phân giác của góc ngoài tại đỉnh A: AD là tia phân giác trong tại đỉnh A nên  $\widehat{EAD} = 90^\circ$

Ta có;  $\widehat{B} - \widehat{C} = 90^\circ$  nên  $\widehat{C} = \widehat{B} - 90^\circ$

$$\text{Xét } \Delta AEC \text{ ta có: } \widehat{AEC} = 180^\circ - \widehat{C} - \left(90^\circ + \frac{\widehat{BAC}}{2}\right) = 90^\circ - \widehat{C} - \frac{\widehat{BAC}}{2}$$

$$\text{Thay } \widehat{C} = 90^\circ - \widehat{B} \text{ ta được: } \widehat{AEC} = 90^\circ - (\widehat{B} - 90^\circ) - \frac{\widehat{BAC}}{2} = 180^\circ - \widehat{B} - \frac{\widehat{BAC}}{2} \quad (1)$$

$$\text{Xét } \Delta ABD \text{ ta có: } \widehat{ADB} = 180^\circ - \frac{\widehat{BAC}}{2} - \widehat{B} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra:  $\widehat{AEC} = \widehat{ADB}$

Do đó; tam giác ADE vuông cân tại A. (đpcm)

VINASTUDY.