

VINA 3 – BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 7

GIÁO VIÊN: NGUYỄN THÀNH LONG

GIÁ TRỊ CỦA BIỂU THỨC – ĐÁP ÁN

www.vinastudy.vn

Bài 1: Cho đa thức $f(x)$ thỏa mãn: $f(x) + 3f\left(\frac{1}{x}\right) = x^2$, với mọi $x \in \mathbb{R}$. Tính $f(2)$.

Bài giải:

$$f(x) + 3f\left(\frac{1}{x}\right) = x^2$$

Với $x=2$ ta được: $f(2) + 3f\left(\frac{1}{2}\right) = 4$ (1)

Với $x=\frac{1}{2}$ ta được: $f\left(\frac{1}{2}\right) + 3f(2) = \frac{1}{4} \Rightarrow 3f\left(\frac{1}{2}\right) + 9f(2) = \frac{3}{4}$ (2)

Trừ vế của (1) và (2) ta được: $-8.f(2) = \frac{13}{4} \Rightarrow f(2) = -\frac{13}{32}$

Vậy $f(2) = -\frac{13}{32}$

Bài 2: Cho đa thức $f(x)$ thỏa mãn: $f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = x^2$, với mọi $x \in \mathbb{R}$. Tính $f(4); f\left(\frac{1}{2}\right)$.

Bài giải:

$$f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = x^2$$

+) Với $x=4$ ta có: $f(4) + 2f\left(\frac{1}{4}\right) = 4^2$ hay $f(4) + 2f\left(\frac{1}{4}\right) = 16$

Với $x=\frac{1}{4}$ ta có: $f\left(\frac{1}{4}\right) + 2f(4) = \left(\frac{1}{4}\right)^2$ hay $f\left(\frac{1}{4}\right) + 2f(4) = \frac{1}{16}$

$$\begin{cases} f(4) + 2f\left(\frac{1}{4}\right) = 16 \\ f\left(\frac{1}{4}\right) + 2f(4) = \frac{1}{16} \end{cases} \Rightarrow f(4) = -\frac{127}{24}$$

Bài 3: Cho đa thức $f(x) = ax^2 + bx + c$ thỏa mãn $f(1) = f(-1)$

a) Tìm b .

b) Chứng minh: $f(m) = f(-m)$ với m bất kì.

Bài giải

a) Ta có: $f(1) = a + b + c$

$$f(-1) = a - b + c$$

$$f(1) = f(-1)$$

$$\Leftrightarrow a + b + c = a - b + c$$

$$\Leftrightarrow 2b = 0$$

$$\Leftrightarrow b = 0$$

b) Vì $b = 0 \Rightarrow f(x) = ax^2 + c$

$$f(m) = a.m^2 + c$$

$$f(-m) = a.(-m)^2 + c = am^2 + c$$

$$\Rightarrow f(m) = f(-m) \text{ với } m \text{ bất kì}$$

Bài 4: Cho hai đa thức: $f(x) = x^3 - 2ax + a^2$ và $g(x) = x^4 + (3a+1)x + a^2$

Tìm a để $f(1) = g(3)$

Bài giải

Ta có $f(1) = 1 - 2a + a^2$

$$g(3) = 3^4 + (3a+1).3 + a^2 = 81 + 9a + 3 + a^2 = a^2 + 9a + 84$$

$$f(1) = g(3)$$

$$\Leftrightarrow a^2 - 2a + 1 = a^2 + 9a + 84$$

$$\Leftrightarrow 11a = -83$$

$$\Leftrightarrow a = -\frac{83}{11}$$

Bài 5. Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{5x^2 + 3y^2}{10x^2 - 3y^2}$ với $\frac{x}{3} = \frac{y}{5}$

Bài giải

$$\text{Đặt } \frac{x}{3} = \frac{y}{5} = k$$

$$\Rightarrow x = 3k, y = 5k$$

$$\Rightarrow A = \frac{5.(3k)^2 + 3.(5k)^2}{10.(3k)^2 - 3.(5k)^2} = \frac{45k^2 + 75k^2}{90k^2 - 75k^2} = \frac{120k^2}{15k^2} = \frac{120}{15} = 8$$

VINASTUDY.VN