VINA 3 – BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 7

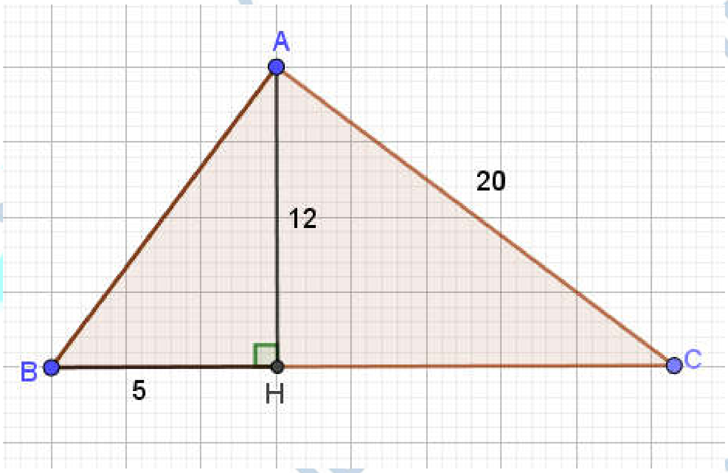
GIÁO VIÊN: NGUYỄN THÀNH LONG

DẠNG 2: ĐỊNH LÝ PI-TA-GO – ĐÁP ÁN

www.vinastudy.vn

Bài 1: Cho tam giác nhọn ABC. Kẻ AH vuông góc với BC. Tính chu vi tam giác ABC biết AC = 20cm, AH = 12cm, BH = 5cm.

Bài giải:



Xét Δ AHC vuông tại H ta có:

$AC^2 = AH^2 + HC^2$ (định lý Pi-ta-go)

$\Rightarrow HC^2 = AC^2 - AH^2 = 20^2 - 12^2 = 16^2$

$\Rightarrow$ HC = 16 (cm)

Xét ΔAHB ta có:

$AH^2 + BH^2 = AB^2$ (định lý Pi-ta-go)

$\Rightarrow AB^2 = 12^2 + 5^2 = 13^2$

$\Rightarrow$ AB = 13 (cm)

Vậy chu vi tam giác ABC là: AB + AC + BC = 13 + 20 + (5 + 16) = 54 (cm)

Bài 2: Cho tam giác ABC có CA = CB = 10 cm, AB = 12 cm. Kẻ CI $\perp$ AB (I $\in$ AB). Kẻ IH $\perp$ AC (H$\in$ AC), IK $\perp$BC (K$\in$ BC).

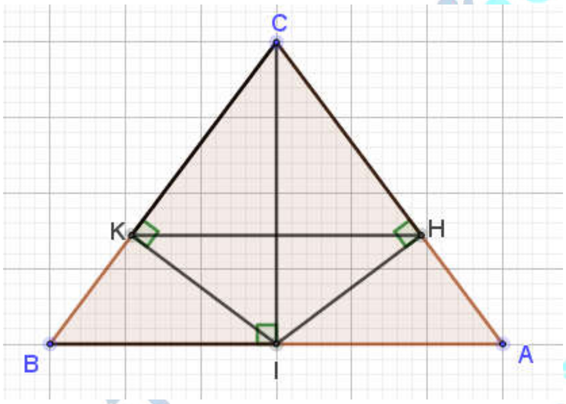
a) Chứng minh rằng IA = IB

b) Chứng minh rằng IH = IK

c) Tính độ dài IC

d) HK // AB

Bài giải:



a) Tam giác CAB cân tại C nên $\widehat{CBA} = \widehat{CAB}$ (đn)

Xét ΔCIB vuông tại I và ΔCIA vuông tại I ta có:

CB = CA; CI chung; $\widehat{BCI} = \widehat{ACI}$ (cùng phụ với hai góc bằng nhau $\widehat{CBI} = \widehat{CAI}$)

$\Rightarrow$ ΔCIB = ΔCIA (c – g – c)

IA = IB (hai cạnh tương ứng)

b) Xét ΔCIK vuông tại K và ΔCIH vuông tại H ta có:

$\widehat{KCI} = \widehat{HCI}$; CI chung; $\widehat{CIK} = \widehat{CIH}$ (cùng phụ với hai góc bằng nhau $\widehat{KCI} = \widehat{HCI}$)

$\Rightarrow$ ΔCIK = ΔCIH (g – c – g)

$\Rightarrow$IK = IH (hai cạnh tương ứng)

c) I là trung điểm của BC nên IB = IC = $\frac{BC}{2} = \frac{12}{2} = 6$ (cm)

Áp dụng định lí Pi-ta-go vào ΔCIB ta tính được: $CI^2 = CB^2 - BI^2 = 10^2 - 6^2 = 64$

Vậy CI = 8 (cm)

d) Gọi O là giao điểm của CI và KH.

Chứng minh: CI $\perp$ KH.

__Bài 3:__ Cho tam giác ABC cân tại A. Vẽ AH $\perp$ BC. Vẽ HM $\perp$ AB, HN $\perp$ AC. Chứng minh:

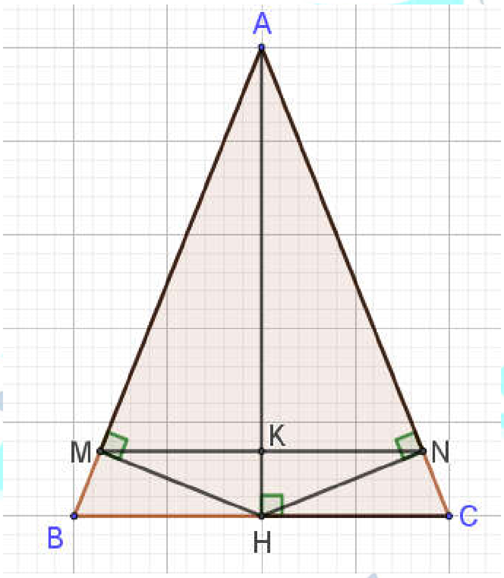
a) ΔAHB = ΔAHC;

b) ΔAMN cân

c) MN // BC;

d) $AH^2 + BM^2 = AN^2 + BH^2$

Bài giải:



a) Xét Δ AHB vuông tại H và Δ AHC vuông tại H ta có:

$\widehat{ABH} = \widehat{ACH}$ (vì Δ ABC cân tại A)

Suy ra: $\widehat{BAH} = \widehat{CAH}$

Xét Δ AHB và Δ AHC ta có:

BH chung.

AB = AC

$\widehat{BAH} = \widehat{CAH}$

$\Rightarrow$ Δ AHB = Δ AHC (c – g – c)

b) Xét Δ AHM vuông tại M và Δ AHN vuông tại N ta có:

$\widehat{AMH} = \widehat{ANH} = 90^0$

$\widehat{MAH} = \widehat{NAH}$ (chứng minh trên)

$\Rightarrow \widehat{AHM} = \widehat{AHN}$

Xét Δ AHM vuông tại M và Δ AHN vuông tại N ta có:

AH chung

$\widehat{MAH} = \widehat{NAH}$; $\widehat{AHM} = \widehat{AHN}$

$\Rightarrow$ Δ AHM = Δ AHN (g – c – g)

$\Rightarrow$ AM = AN (hai cạnh tương ứng)

$\Rightarrow$ Δ AMN cân tại A (định nghĩa)

c) Gọi giao điểm của AH và MN là: K

Xét Δ AKM và Δ AKN ta có:

AK chung; AM = AN; $\widehat{MAK} = \widehat{NAK}$

$\Rightarrow$ Δ AKM = Δ AKN (c – g – c)

$\Rightarrow \widehat{AKM} = \widehat{AKN}$ (hai góc tương ứng)

Mà: $\widehat{AKM} + \widehat{AKN} = 180^0$ (hai góc kề bù)

$\Rightarrow \widehat{AKM} = \widehat{AKN} = 90^0$

$\Rightarrow$ AK $\perp$ MN

Lại có: AH $\perp$ BC $\Rightarrow$ MN // BC

d) Xét Δ AHN vuông tại N ta có:

$AH^2 - AN^2 = HN^2$ (định lý Pi-ta-go)

Xét Δ BHM vuông tại M ta có:

$BH^2 - BM^2 = MH^2$ (định lí Pi-ta-go)

Mà: HN = HM (vì Δ AHM = Δ AHN)

Suy ra: $AH^2 - AN^2 = BH^2 - BM^2$

$\Rightarrow AH^2 + BM^2 = AN^2 + BH^2$ (đpcm)

VINASTUDY.