

VINA 3 – BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 7
GIÁO VIÊN: NGUYỄN THÀNH LONG
TÌM GTLN VÀ GTNN CỦA BIỂU THỨC ĐẠI SỐ - ĐÁP ÁN

www.vinastudy.vn

Bài 1: Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = 2(x+3)^2 - 5$

Bài giải:

$$\text{Ta có: } (x+3)^2 \geq 0 \quad \text{với } \forall x$$

$$\Rightarrow 2(x+3)^2 \geq 0 \quad \text{với } \forall x$$

$$\Rightarrow 2(x+3)^2 - 5 \geq -5 \quad \text{với } \forall x$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của A là -5 khi $x+3=0 \Leftrightarrow x=-3$

Bài 2: Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = 2x^2 - 4x + 2012$

Bài giải:

$$A = 2x^2 - 4x + 2012 = 2(x^2 - 2x + 1) + 2010 = 2(x-1)^2 + 2010$$

$$\text{Do } (x-1)^2 \geq 0 \quad \text{với } \forall x$$

$$\Rightarrow 2(x-1)^2 \geq 0 \quad \text{với } \forall x$$

$$\Rightarrow 2(x-1)^2 + 2010 \geq 2010 \quad \text{với } \forall x$$

Vậy A có giá trị nhỏ nhất là 2010 khi $x-1=0 \Leftrightarrow x=1$

Bài 3: Tìm các giá trị nguyên của x để các biểu thức sau có giá trị lớn nhất: $A = \frac{1}{7-x}$

Bài giải:

$$A = \frac{1}{7-x}$$

$$\text{+) Với } 7-x > 0 \text{ thì } A = \frac{1}{7-x} > 0$$

$$\text{+) Với } 7-x < 0 \text{ thì } A = \frac{1}{7-x} < 0$$

Do đó để A có giá trị lớn nhất thì $7 - x > 0$.

Để A có giá trị lớn nhất thì $7 - x$ phải là số nguyên dương, nhỏ nhất $\Rightarrow 7 - x = 1$

Vậy A có giá trị nhỏ nhất bằng $A = 1$ khi $x = 6$.

Bài 4: Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = |x+1| + |x+5|$

Bài giải:

$$A = |x+1| + |x+5|$$

$$\text{Ta có: } |x+1| + |x+5| = |x+1| + |-x-5| \geq (x+1) + (-x-5) = -4$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra khi } (x+1)(-x-5) \geq 0 \Leftrightarrow (x+1)(x+5) \leq 0 \Leftrightarrow -5 \leq x \leq -1$$

Bài 5: Tìm giá trị nhỏ nhất của $M = |24-x| + |x-3| + |x+2000|$

Bài giải:

$$M = |24-x| + |x-3| + |x+2000|$$

$$M = (|24-x| + |x+2000|) + |x-3|$$

$$\text{Ta có: } |24-x| + |x+2000| \geq |24-x+x+2000| = 2024$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra } \Leftrightarrow (24-x)(x+2000) \geq 0 \Leftrightarrow -2000 \leq x \leq 24$$

$$\text{Lại có: } |x-3| \geq 0 \text{ dấu “=” xảy ra } \Leftrightarrow x=3$$

$$\text{Do đó: } (|24-x| + |x+2000|) + |x-3| \geq 2024 \text{ dấu “=” xảy ra } \Leftrightarrow \begin{cases} -2000 \leq x \leq 24 \\ x=3 \end{cases} \Leftrightarrow x=3$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức M là 2024 khi $x = 3$

Bài 6: Tìm giá trị nhỏ nhất của: $E = |x-1| + |x-2| + \dots + |x-2020|$

Bài giải:

$$E = |x-1| + |x-2| + \dots + |x-2020|$$

$$E = (|x-1| + |x-2020|) + (|x-2| + |x-2019|) + \dots + (|x-1010| + |x-1011|)$$

$$E = (|x-1| + |2020-x|) + (|x-2| + |2019-x|) + \dots + (|x-1010| + |1011-x|)$$

$$\text{Ta có: } |x-1| + |2020-x| \geq |x-1+2020-x| = 2019$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra } \Leftrightarrow (x-1)(2020-x) \geq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 2020$$

$$|x-2|+|2019-x| \geq |(x-2)+(2019-x)| = 2017$$

Dấu “=” xảy ra $(x-2)(2019-x) \geq 0 \Leftrightarrow 2 \leq x \leq 2019$

....

$$|x-1010|+|1011-x| \geq |(x-1010)+(1011-x)| = 1$$

Dấu “=” xảy ra $(x-1010)(1011-x) \geq 0 \Leftrightarrow 1010 \leq x \leq 1011$

$$\text{Vậy } E \geq 2019+2017+\dots+1 = \frac{(2019+1) \cdot 1010}{2} = 1010^2$$

Giá trị nhỏ nhất của biểu thức E là 1010^2 dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow 1010 \leq x \leq 1011$

VINASTUDY.VN