

VINA 3 – BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 6

GIÁO VIÊN: NGUYỄN THÀNH LONG

TÌM GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT, LỚN NHẤT – ĐÁP ÁN

www.vinastudy.vn**Bài 1:** Cho $A = \frac{n-1}{n+4}$

- a) Tìm n nguyên để A là một phân số.
 b) Tìm n nguyên để A là một số nguyên.

Bài giải:

$$A = \frac{n-1}{n+4}$$

a) Để A là một phân số thì $n+4 \neq 0 \Rightarrow n \neq -4$

Vậy $n \neq -4$

b) Để A là một số nguyên thì $(n-1):(n+4)$

$$\begin{cases} n-1:n+4 \\ n+4:n+4 \end{cases} \Rightarrow (n-1)-(n+4):n+4$$

$$\Rightarrow -5:n+4$$

Vì n nguyên nên $n+4 \in U(5) = \{-5; -1; 1; 5\}$

$$\Rightarrow n \in \{-9; -5; -3; 1\}$$

Vậy $n \in \{-9; -5; -3; 1\}$ thì A có giá trị nguyên.

Bài 2: Cho $A = \frac{1-3x}{x-1}$. Tính tất cả các giá trị của $x \in \mathbf{Z}$ để A đạt giá trị lớn nhất và tìm giá trị lớn nhất đó.

Bài giải:

$$\text{Ta có: } A = \frac{1-3x}{x-1} = \frac{-3x+3-2}{x-1} = \frac{-3x+3}{x-1} - \frac{2}{x-1} = -3 - \frac{2}{x-1}$$

$$+) \text{ Với } x-1 > 0 \text{ thì } \frac{2}{x-1} > 0$$

$$+) \text{ Với } x-1 < 0 \text{ thì } \frac{2}{x-1} < 0.$$

* Để A đạt giá trị lớn nhất thì $\frac{2}{x-1}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

$$\Rightarrow x-1 \text{ có giá trị nguyên âm lớn nhất} \Rightarrow x-1 = -1$$

$$\Rightarrow x = 0$$

$$\text{Khi } x=0 \text{ giá trị của biểu thức A là: } A = -3 - \frac{2}{0-1} = -1$$

* Để A đạt giá trị nhỏ nhất thì $\frac{2}{x-1}$ đạt giá trị lớn nhất.

$$\Rightarrow x-1 \text{ có giá trị nguyên dương nhỏ nhất} \Rightarrow x-1 = 1$$

$$\Rightarrow x = 2$$

$$\text{Khi } x = 2 \text{ giá trị của biểu thức A là: } A = -3 - \frac{2}{2-1} = -5$$

Vậy A đạt giá trị lớn nhất là: -1 khi $x = 0$

A đạt giá trị nhỏ nhất là: -5 khi $x = 2$.

Bài 3: Tìm tất cả các số nguyên n để biểu thức: $D = \frac{2n-3}{n-2}$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài giải:

$$D = \frac{2n-3}{n-2} = \frac{2n-4+1}{n-2} = 2 + \frac{1}{n-2}$$

Để D đạt giá trị lớn nhất thì $\frac{1}{n-2}$ cũng đạt giá trị lớn nhất.

$$+) \text{ Với } n-2 > 0 \text{ thì } \frac{1}{n-2} > 0$$

$$+) \text{ Với } n-2 < 0 \text{ thì } \frac{1}{n-2} < 0$$

Suy ra: $\frac{1}{n-2}$ đạt giá trị lớn nhất thì $n-2$ là số nguyên dương nhỏ nhất.

$$\Rightarrow n-2=1$$

$$\Rightarrow n=3$$

Vậy $n = 3$ thì D đạt giá trị lớn nhất bằng $2 + \frac{1}{3-2} = 3$.

Bài 4: Cho phân số $A = \frac{4n+1}{2n+3}$ (với $n \in \mathbb{Z}$)

- Tìm n để A có giá trị là 1 số nguyên.
- Tìm n để A đạt giá trị lớn nhất.

Bài giải:

$$A = \frac{4n+1}{2n+3} = \frac{4n+6}{2n+3} - \frac{5}{2n+3} = 2 - \frac{5}{2n+3}$$

a) Để A có giá trị là 1 số nguyên thì $\frac{5}{2n+3}$ cũng có giá trị là 1 số nguyên.

$$\Rightarrow 5 : (2n+3)$$

$$\Rightarrow 2n+3 \in U(5) = \{-5; -1; 1; 5\}$$

$$\Rightarrow n \in \{-4; -2; -1; 1\}$$

$$\text{Vậy } n \in \{-4; -2; -1; 1\}$$

b) Để A có giá trị lớn nhất thì $\frac{5}{2n+3}$ có giá trị nhỏ nhất.

$$+) \text{ Với } 2n+3 > 0 \text{ thì } \frac{5}{2n+3} > 0$$

$$+) \text{ Với } 2n+3 < 0 \text{ thì } \frac{5}{2n+3} < 0$$

Để $\frac{5}{2n+3}$ có giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow 2n+3 < 0$ và $2n+3$ có giá trị lớn nhất.

$$\Rightarrow 2n+3 = -1$$

$$\Leftrightarrow n = -2$$

Vậy $n = -2$ thì A có giá trị lớn nhất là $A = 2 - \frac{5}{-1} = 7$