

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9
HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG (TIẾP)

Giáo viên: Trần Ngọc Hà

Tài liệu lớp học zoom 9.1 – 18h – 21h – Tối thứ 5 – 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:Ngày học:

Câu 1. Cho điểm M bất kì trong tam giác nhọn ABC. Kẻ MD, ME, MF lần lượt vuông góc với BC, CA, AB. Chứng minh $BD^2 + CE^2 + AF^2 = DC^2 + EA^2 + FB^2$.

Câu 2. Cho a,b,c là độ dài các cạnh của một tam giác vuông, cạnh huyền a và đường cao ứng với cạnh huyền bằng h. Chứng minh tam giác có các cạnh $a+h; b+c; h$ cũng là một tam giác vuông.

Câu 3. Cho ba đoạn thẳng có độ dài a,b,c. Dựng đoạn thẳng có độ dài x sao cho

$$\frac{1}{x^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}.$$

Câu 4. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường phân giác AD, đường cao AH. Biết $AB = 21\text{cm}$, $AC = 28\text{cm}$. Tính độ dài HD.

Câu 5. Tam giác ABC vuông tại A có các cạnh $AB = 6\text{cm}$, $AC = 8\text{cm}$. Phân giác trong và ngoài của góc B cắt đường thẳng AC lần lượt tại M và N. Tính các đoạn thẳng AM, AN.

Câu 6. Cho tam giác ABC cân tại A với hai đường cao là AH và BK. Chứng minh rằng :

a) $\frac{1}{BK^2} = \frac{1}{BC^2} + \frac{1}{4AH^2}$

b) $BC^2 = 2CK.AC$.

Câu 7. Cho tam giác CDE nhọn, đường cao CH. Gọi M, N theo thứ tự là hình chiếu của H lên CD, CE. Chứng minh:

a) $CD \cdot CM = CE \cdot CN$

b) Tam giác CMN đồng dạng với tam giác CED.

Câu 8. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Gọi AD là phân giác của $\angle HAC$ ($D \in HC$)

a) Chứng minh rằng $\triangle BAD$ cân

b) Cho $HD = 6\text{cm}$, $BC = 25\text{cm}$. Tính AB

Câu 9. Cho hình vuông ABCD. I là một điểm thuộc BC. AI cắt CD tại M. Kẻ DH và BK cùng vuông góc với AI.

a) Chứng minh: $AH = BK$.

b) Chứng minh: $DH \cdot AI$ luôn không đổi khi I di động trên cạnh BC.

Câu 10. Tam giác vuông ABC tại A, có các đường trung tuyến AD và BE vuông góc với nhau tại G.

Biết $AG = \sqrt{6}\text{(cm)}$. Tính BC.

Câu 11. Tam giác ABC vuông tại A có $AB = a, BC = 3a$. Trên cạnh AC lấy các điểm D,E sao cho $AD = DE = EC$.

a) Chứng minh $\frac{DE}{DB} = \frac{DB}{DC}$

b) $\triangle BDE \sim \triangle CDB$

c) Tính $\angle AEB + \angle BCD$.

Câu 12. Cho hình chữ nhật ABCD có $AB = 2BC$. Lấy E trên BC, tia AE cắt đường thẳng CD tại F. Kẻ AK vuông góc với AF (K thuộc đường thẳng DC). Chứng minh:

a) $AE = 2AK$.

b) $\frac{1}{AB^2} = \frac{1}{AE^2} + \frac{1}{4AF^2}$.

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9

CĂN BẬC HAI (TIẾP)

Giáo viên: Trần Ngọc Hà

Tài liệu lớp học zoom 9.1 – 18h – 21h – Tối thứ 5 – 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên: Ngày học:

Tiếp phiếu trước.

Câu 7. Rút gọn biểu thức

a) $A = \left(\sqrt{4+\sqrt{7}} - \sqrt{4-\sqrt{7}} \right)^2$

b) $B = \sqrt{3-2\sqrt{2}} + \sqrt{3+2\sqrt{2}}$

Câu 8. Rút gọn biểu thức

a) $A = 6x - 1 + \sqrt{x^2 - 4x + 4}$

b) $B = \sqrt{7+2\sqrt{6}} + \sqrt{7-2\sqrt{6}}$

Câu 9. Rút gọn biểu thức

a) $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}$

b) $\sqrt{x-2+2\sqrt{x-3}} - \sqrt{x-3}$

5. Dạng 5. Giải phương trình

Câu 10. Giải phương trình

a) $5\sqrt{2x+1} = 21$

b) $\sqrt{(x-5)^2} = 2$

Câu 11. Giải phương trình

a) $\sqrt{x+4} = x+2$

b) $\sqrt{\frac{1}{4}x^2 + x + 1} - \sqrt{6-2\sqrt{5}} = 0$

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9
LIÊN HỆ GIỮA PHÉP NHÂN VÀ PHÉP KHAI PHƯƠNG

Giáo viên: Trần Ngọc Hà

Tài liệu lớp học zoom 9.1 – 18h – 21h – Tối thứ 5 – 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:Ngày học:

A. Lí thuyết

*** Khai phương một tích:**

- Với A, B không âm, ta có : $\sqrt{A.B} = \sqrt{A}.\sqrt{B}$

Ví dụ : $\sqrt{4.9} = \sqrt{4}.\sqrt{9} = 2.3 = 6$

$$\sqrt{20} = \sqrt{4.5} = \sqrt{4}.\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

Đặc biệt : Với $A \geq 0$ ta có $(\sqrt{A})^2 = \sqrt{A^2} = A$

Công thức trên có thể dùng để áp dụng với nhiều số không âm tức

$$\text{Với } A, B, C, D, \dots \geq 0 \text{ thì } \sqrt{A.B.C.D, \dots} = \sqrt{A}.\sqrt{B}.\sqrt{C}.\sqrt{D}, \dots$$

Sai lầm cần tránh : Nếu không có điều kiện A và B, C, \dots không âm thì không được viết đẳng thức trên.

*** Quy tắc nhân các căn bậc hai:**

Muốn nhân các căn bậc hai của các số không âm, ta có thể nhân các số dưới dấu căn với nhau rồi khai phương kết quả đó.

VD: $\sqrt{5}.\sqrt{20} = \sqrt{5.20} = \sqrt{100} = 10.$

B. Bài tập.

1. Dạng 1. Áp dụng quy tắc nhân, khai phương rút gọn biểu thức.

Câu 1. Tính hợp lí

a) $\sqrt{10}.\sqrt{40}$ b) $\sqrt{5}.\sqrt{45}$ c) $\sqrt{52}.\sqrt{13}$ d) $\sqrt{2}.\sqrt{162}$

Câu 2. Rút gọn

a) $A = x - 2 - \sqrt{4 - 4x + x^2}, x > 2$

b) $B = 3 - x + \sqrt{x^2 + 6x + 9}, x \geq -3$

Câu 3. Rút gọn

a) $A = \sqrt{3+2\sqrt{2}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}}$

b) $B = \sqrt{7-4\sqrt{3}} + \sqrt{7+4\sqrt{3}}$

Câu 4. Rút gọn

a) $\sqrt{3+\sqrt{5}} + \sqrt{3-\sqrt{5}}$

b) $\sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{2+\sqrt{3}}$

2. Dạng 2: So sánh.

Câu 5. So sánh

a) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ và $\sqrt{10}$

b) $2 + \sqrt{3}$ và $\sqrt{2} + \sqrt{6}$

c) $\sqrt{17.19}$ và 18

d) $\sqrt{15} + \sqrt{7}$ và 8

Câu 6. So sánh $B = \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \dots + \sqrt{6}}}}$ (Có 2021 dấu $\sqrt{\quad}$) và $B = 3$.

Câu 7. Chứng minh

a) Với $a, b > 0$ thì $\sqrt{a+b} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

b) Với $a > b > 0$ thì $\sqrt{a} - \sqrt{b} < \sqrt{a-b}$

3. Dạng 3: Tìm x

Câu 8. Tìm ĐK xác định của các biểu thức rồi đưa các biểu thức về dạng tích

a) $A = \sqrt{x^2 - 1} + 2\sqrt{x - 1}$

b) $3\sqrt{x+3} + \sqrt{x^2 - 9}$

Câu 9. Tìm x

a) $\sqrt{x-5} = 3$

b) $\sqrt{2x-1} = \sqrt{5}$

5. Dạng 5. Tìm GTNN

Câu 10. Tìm GTNN của biểu thức

a) $A = \sqrt{2x+1} + 3$

b) $B = \sqrt{x^2 - 4x + 4} + 6$

Câu 11. Tìm GTLN của biểu thức

a) $A = 2 - \sqrt{2x + \frac{1}{2}}$

b) $B = \frac{3}{4} - \sqrt{x^2 - 6x + 9}$

Câu 12. Tìm GTNN của biểu thức $B = \sqrt{1 - 6x + 9x^2} + \sqrt{9x^2 - 12x + 4}$

Bài tập về nhà

Câu 13. Rút gọn

a) $C = \sqrt{23 + 8\sqrt{7}} - \sqrt{7}$

b) $D = \sqrt{11 - 6\sqrt{2}} - 3 + \sqrt{2}$

c) $E = \sqrt{11 - 6\sqrt{2}} + 3 + \sqrt{2}$

d) $H = (3 - \sqrt{2}) \cdot \sqrt{11 + 6\sqrt{2}}$

Câu 14. Rút gọn

a) $F = \sqrt{29 - 4\sqrt{7}} + \sqrt{23 + 8\sqrt{7}}$

b) $G = \sqrt{12 + 2\sqrt{11}} + \sqrt{12 - 2\sqrt{11}}$

c) $H = \sqrt{4 + \sqrt{7}} + \sqrt{4 - \sqrt{7}}$

Câu 15. Chứng minh $\sqrt{4 + \sqrt{5\sqrt{3} + 5\sqrt{48 - 10\sqrt{7} + 4\sqrt{3}}}}$ là số nguyên.

Câu 16. Tìm x

a) $\sqrt{2x - 4} = 6$

b) $\sqrt{4x + 1} = \sqrt{10}$

c) $\sqrt{x^2 + 4x + 4} = 3$

d) $\sqrt{25 - 10x + x^2} = 7$

Câu 17. So sánh

a) $\sqrt{3} + \sqrt{7}$ và $\sqrt{2} + \sqrt{8}$

b) $\sqrt{2021} + \sqrt{2023}$ và $2\sqrt{2022}$.

Câu 18.

a) Tìm GTNN của $\sqrt{3x^2 + x + 6}$

b) Tìm GTLN của $1 - \sqrt{x^2 + x + 3}$

Câu 19. Tìm GTNN của biểu thức $A = \sqrt{(2020 - x)^2} + \sqrt{(2019 - x)^2}$.