BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ NGÀY 30.07

Tài liệu lớp học trực tiếp 9A0.1 – 18h – 21h – Tối thứ 6 – 23/26 Nguyên Hồng

Họ và tên: ....Ngày học: ....

ĐẠI SỐ

Câu 11. Cho biểu thức $P=\dfrac{-3x-2}{2\sqrt{x}+1}$. Tìm x để P nhận các giá trị nguyên thỏa mãn $P\ge -3$.

HD:

Điều kiện $x\ge 0$

Ta có

$$4P=\frac{-12x-8}{2\sqrt{x}+1}=\frac{-3\left(2\sqrt{x}+1\right)\left(2\sqrt{x}-1\right)-11}{2\sqrt{x}+1}=-3\left(2\sqrt{x}-1\right)-\frac{11}{2\sqrt{x}+1}=-\left[3\left(2\sqrt{x}+1\right)+\frac{11}{2\sqrt{x}+1}\right]+6$$

Với $x\ge 0$, áp dụng bất đẳng thức côsi cho hai số dương $3\left(2\sqrt{x}+1\right)$ và $\dfrac{11}{\left(2\sqrt{x}+1\right)}$ ta có:

$$3\left(2\sqrt{x}+1\right)+\frac{11}{\left(2\sqrt{x}+1\right)}\ge 2\sqrt{33}\Rightarrow 4P\le -2\sqrt{33}+6\Rightarrow P\le \frac{-\sqrt{33}+3}{2}$$

Kết hợp với giả thiết ta có $-3\le P\le \dfrac{-\sqrt{33}+3}{2}$,

mà $P\in Z\Rightarrow P\in\{-3;-2;\}\Rightarrow x\in\left\{0;\dfrac{16}{9};\dfrac{3\pm 2\sqrt{3}}{3}\right\}$

Vậy $x\in\left\{0;\dfrac{16}{9};\dfrac{3\pm 2\sqrt{3}}{3}\right\}$ thỏa mãn bài toán.

Câu 1. Tính $x=\sqrt{4+\sqrt{7}}-\sqrt{4-\sqrt{7}}$.

HD:

$$x=\sqrt{4+\sqrt{7}}-\sqrt{4-\sqrt{7}}=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\sqrt{8+2\sqrt{7}}-\sqrt{8-2\sqrt{7}}\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\sqrt{\left(\sqrt{7}+1\right)^2}-\sqrt{\left(\sqrt{7}-1\right)^2}\right)$$

$$=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\sqrt{7}+1-\left|\sqrt{7}-1\right|\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\sqrt{7}+1-\sqrt{7}+1\right)=\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$$

Câu 2. Rút gọn $A = \sqrt{5 - \sqrt{13 + 4\sqrt{3}}}$

HD:

$$A = \sqrt{5 - \sqrt{13 + 4\sqrt{3}}} = \sqrt{5 - \sqrt{12 + 2.2\sqrt{3} + 1}} = \sqrt{5 - \sqrt{\left(2\sqrt{3}+1\right)^2}} = \sqrt{5 - \left|2\sqrt{3}+1\right|} = \sqrt{5 - 2\sqrt{3} - 1}$$

$$= \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} = \sqrt{\left(\sqrt{3}-1\right)^2} = \left|\sqrt{3}-1\right| = \sqrt{3} - 1$$

Câu 3. Tính $Q = \sqrt{\sqrt{2} + 2\sqrt{\sqrt{2}-1}} + \sqrt{\sqrt{2} - 2\sqrt{\sqrt{2}-1}}$.

HD:

$$Q = \sqrt{\sqrt{2} + 2\sqrt{\sqrt{2}-1}} + \sqrt{\sqrt{2} - 2\sqrt{\sqrt{2}-1}}$$

$$Q = \sqrt{\sqrt{2} - 1 + 2\sqrt{\sqrt{2}-1} + 1} + \sqrt{\sqrt{2} - 1 - 2\sqrt{\sqrt{2}-1} + 1}$$

$$Q = \sqrt{\left(\sqrt{\sqrt{2}-1}+1\right)^2} + \sqrt{\left(\sqrt{\sqrt{2}-1}-1\right)^2}$$

$$Q = \sqrt{\sqrt{2}-1} + 1 + 1 - \sqrt{\sqrt{2}-1} = 2$$

Câu 4. Chứng minh tổng: $\sqrt[3]{18 - 5\sqrt{13}} + \sqrt[3]{18 + 5\sqrt{13}}$ là một số nguyên tố.

HD :

$$\sqrt[3]{18-5\sqrt{13}} + \sqrt[3]{18+5\sqrt{13}} = \frac{1}{2}\left(\sqrt[3]{144-40\sqrt{13}} + \sqrt[3]{144+40\sqrt{13}}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(\sqrt[3]{3^3 - 27\sqrt{13} + 3.3.\left(\sqrt{13}\right)^2 - \left(\sqrt{13}\right)^3} + \sqrt[3]{3^3 + 27\sqrt{13} + 3.3.\left(\sqrt{13}\right)^2 + \left(\sqrt{13}\right)^3}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(\sqrt[3]{\left(3-\sqrt{13}\right)^3} + \sqrt[3]{\left(3+\sqrt{13}\right)^3}\right)$$

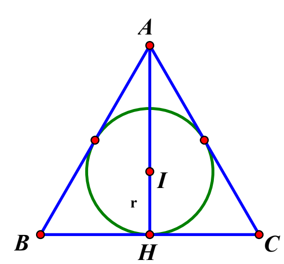
$$= \frac{1}{2}\left(3 - \sqrt{13} + 3 + \sqrt{13}\right)$$

$$= 3$$

Vì 3 là số nguyên tố nên $\sqrt[3]{18-5\sqrt{13}} + \sqrt[3]{18+5\sqrt{13}}$ là một số nguyên tố.

HÌNH HỌC

Câu 9. Tính diện tích tam giác đều ABC ngoại tiếp đường tròn (I; r).



HD:

Gọi H là tiếp điểm của đường tròn (I) với BC.

Ta có: IH ⊥ BC (tính chất tiếp tuyến).

Vì I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC nên AI là tia phân giác của góc BAC.

Tam giác ABC đều nên AI cũng là đường cao của tam giác ABC. Khi đó A, I, H thẳng hàng.

Ta có: HB = HC (tính chất tam giác đều)

Tam giác ABC đều nên I cũng là trọng tâm của tam giác ABC.

Suy ra: AH = 3.HI = 3.r

$\widehat{HAB} = \frac{1}{2}\widehat{BAC} = \frac{1}{2}.60^0 = 30^0$

Tam giác ABH vuông tại H nên ta có:

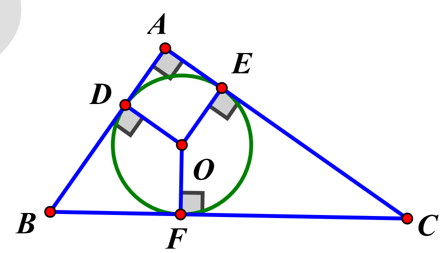
$BH = AH.\tan\widehat{HAB} = 3r.\tan 30^0 = \frac{3r\sqrt{3}}{3} = r\sqrt{3}$.

Mà: $BC = 2BH = 2r\sqrt{3}$.

Vậy, $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AH.BC = \frac{1}{2}.3r.2r\sqrt{3} = 3\sqrt{3}r^2$.

Câu 10. Cho tam giác ABC vuông tại A. Tính bán kính của đường tròn (O) nội tiếp tam giác ABC, biết AB = 3cm, AC = 4cm.

HD:



Ta có: $OD \perp AB \Rightarrow \widehat{ODA} = 90^0$;

$OE \perp AC \Rightarrow \widehat{OEA} = 90^0$; $\widehat{BAC} = 90^0$ (gỉa thiết).

Tứ giác ADOE có ba góc vuông nên nó là hình chữ nhật.

Lại có: AD = AE (tính chất hai tiếp tuyến giao nhau).

Vậy tứ giác ADOE là hình vuông nên bán kính (O) bằng OD = AD.

Áp dụng định lí Pytago vào tam giác vuông ABC ta có:

$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 3^2 + 4^2 = 25$

Suy ra: BC = 5 (cm).

Theo tính chất tiếp tuyến giao nhau ta có:

AD = AE; BD = BF; CE = CF

Mà: AD = AB – BD

AE = AC – CF

Suy ra: AD + AE = AB – BD + (AC – CF)

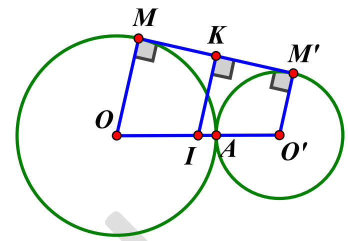
= AB + AC – (BD + CF) = AB + AC – (BF + CF)

= AB + AC – BC

Suy ra: $AD = AE = \frac{AB + AC - BC}{2} = \frac{3+4-5}{2} = 1(cm)$.

Câu 12. Cho hai đường tròn (O) và (O') tiếp xúc ngoài tại A. Chứng minh rằng tiếp tuyến chung ngoài của hai đường tròn cũng là tiếp tuyến của đường tròn đường kính OO'.

HD:



Gọi tiếp tuyến chung ngoài của hai đường tròn là MM' $\left(M \in (O), M' \in (O')\right)$

Gọi I là trung điểm của OO'.

Kẻ $IK \perp MM'$

$\Rightarrow OMM'O'$ là hình thang vuông và IK là đường trung bình của hình thang

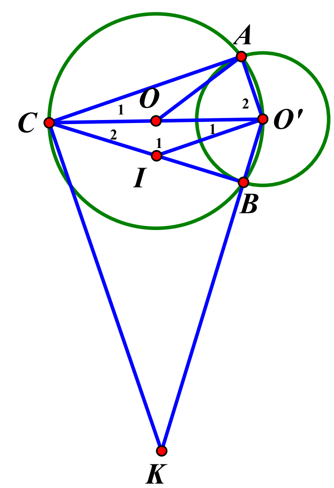
$\Rightarrow IK = \frac{1}{2}\left(OM + O'M'\right) = \frac{1}{2}OO'$

$\Rightarrow$ K thuộc đường tròn đường kính OO'.

Mà $IK \perp MM' \Rightarrow MM'$ là tiếp tuyến của đường tròn đường kính OO'.

Câu 14. Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A và B, trong đó O' nằm trên đường tròn (O). Kẻ đường kính O'OC của đường tròn (O). Đường vuông góc với AO' tại O' cắt CB ở I. Đường vuông góc với AC tại C cắt đường thẳng O'B ở K. Chứng minh rằng ba điểm O, I, K thẳng hàng.

HD:



Theo tính chất hai tiếp tuyến $\widehat{C_1} = \widehat{C_2}; CA // IO' \Rightarrow \widehat{C_1} = \widehat{O'_1}$

$\Rightarrow \widehat{C_2} = \widehat{O'_1} \Rightarrow IC = IO'$ (1)

Theo tính chất hai tiếp tuyến $\widehat{O'_2} = \widehat{CO'B}$

$CK // AO' \Rightarrow \widehat{O'_2} = \widehat{O'CK}$

$\Rightarrow \widehat{CO'B} = \widehat{O'CK} \Rightarrow KC = KO'$ (2)

Mà $OC = OO'$ (3). Từ (1) (2) và (3) suy ra O, I, K thẳng hàng.