BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9
LUYỆN TẬP PHÉP KHAI PHƯƠNG
Giáo viên: Trần Ngọc Hà

Tài liệu lớp học trực tiếp – 18h – 21h – Tối thứ 6 – 23/26 Nguyên Hồng

Họ và tên: ....Ngày học: ....

4. Dạng 4: Chứng minh BĐT

Câu 10. a) Cho $a>0$, chứng minh $9\sqrt{a}+\frac{1}{\sqrt{a}}\ge 6$.

b) Tìm GTNN của $4a+\frac{1}{a-4}$, với $a>4$

Câu 11. a) Tìm GTNN của $\sqrt{x-1}+\frac{4}{\sqrt{x-1}+1}$, với $x\ge 1$.

b) Tìm GTNN của $2\sqrt{x+1}+\frac{1}{\sqrt{x+1}-2}$, với $x>3$.

Câu 12. a) Cho $a,b\ge 0$, chứng minh $\sqrt{\frac{a+b}{2}}\ge\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{2}$.

b) Cho $a,b>0$. Chứng minh $\sqrt{a}+\sqrt{b}\le\frac{a}{\sqrt{b}}+\frac{b}{\sqrt{a}}$.

Luyện tập:

Câu 13. Rút gọn

a) $B=\sqrt{7-\sqrt{40}}-\sqrt{7+\sqrt{40}}$ b) $\frac{\sqrt{3-\sqrt{5}}}{\sqrt{10}-\sqrt{2}}$ c) $B=\left(\sqrt{6}+\sqrt{10}\right)\sqrt{4-\sqrt{15}}$

Câu 14. Chứng minh $\left(\frac{14}{\sqrt{14}}+\frac{\sqrt{12}+\sqrt{30}}{\sqrt{2}+\sqrt{5}}\right)\sqrt{5-\sqrt{21}}=4$.

Câu 15. Cho a,b,c là các số hữu tỉ thỏa mãn $ab+bc+ca=1$. Chứng minh

$\sqrt{\left(a^2+1\right)\left(b^2+1\right)\left(c^2+1\right)}$ là một số hữu tỉ.

Câu 16. Cho a,b,c là các số hữu tỉ khác 0; $a = b + c$. CM: $\sqrt{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}}$ là số hữu tỉ.

Câu 17. Cho a,b,c là các số hữu tỉ khác nhau đôi một. CM:

$A=\sqrt{\frac{1}{(a-b)^2}+\frac{1}{(b-c)^2}+\frac{1}{(c-a)^2}}$ là một số hữu tỉ.

Câu 18. Giải phương trình

a) $\sqrt{x^2+2x+1}=\sqrt{5-x}$

b) $\sqrt{x^2-4}-x^2+4=0$.

Câu 19. Giải phương trình

a) $\sqrt{x^2-4x+5}+\sqrt{x^2-4x+8}+\sqrt{x^2-4x+9}=3+\sqrt{5}$

b) $\sqrt{2-x^2+2x}+\sqrt{-x^2-6x-8}+\sqrt{x^2-4x+9}=1+\sqrt{3}$

c) $\sqrt{9x^2-6x+2}+\sqrt{45x^2-30x+9}=\sqrt{-9x^2+6x+8}$

Câu 20. Giải phương trình

a) $\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}}+\sqrt{x+8+6\sqrt{x-1}}=5$

b) $\sqrt{x^2-5x+6}+\sqrt{x+1}=\sqrt{x-2}+\sqrt{x^2-2x-3}$.

Câu 21. Chứng minh $2\left(\sqrt{n+1}-\sqrt{n}\right)<\frac{1}{\sqrt{n}}<2\left(\sqrt{n}-\sqrt{n-1}\right)$; $\forall n\in N^*$.

Áp dụng:

a) Cho $A=1+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+...+\frac{1}{\sqrt{100}}$. CM: $18<S<19$.

b) CM: $1+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+...+\frac{1}{\sqrt{2500}}<100$.

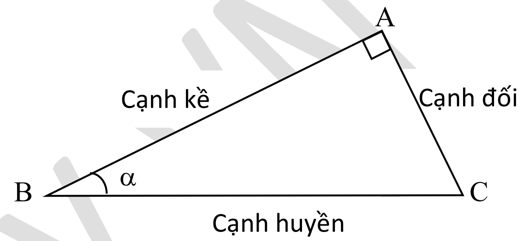
BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9
TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC NHỌN TRONG TAM GIÁC VUÔNG
Giáo viên: Nguyễn Thành Long

Tài liệu lớp học trực tiếp – 18h – 21h – Tối thứ 6 – 23/26 Nguyên Hồng

Họ và tên: ....Ngày học: ....

1/ Tỉ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác vuông.

Có bốn tỉ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác vuông:



$\sin\alpha = \dfrac{doi}{huyen}$ $\qquad$ $\cos\alpha = \dfrac{ke}{huyen}$

$tg\alpha = \dfrac{doi}{ke}$ $\qquad$ $cotg = \dfrac{ke}{doi}$

2/ Hệ thức liên hệ giữa các tỉ số lượng giác góc nhọn.

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ $\qquad$ $tg\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

$tg\alpha\ .\ cotg\alpha = 1$ $\qquad$ $cotg\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$

$\dfrac{1}{\cos^2\alpha} = 1 + tg^2\alpha$ $\qquad$ $\dfrac{1}{\sin^2\alpha} = 1 + cotg^2\alpha$

GIÁ TRỊ LG GÓC NHỌN ĐẶC BIỆT			
	30^0	45^0	60^0
$\sin\alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
$\cot\alpha$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

3/ Tỉ số lượng giác của hai góc phụ nhau.

Gọi α và β là hai góc phụ nhau trong tam giác vuông.

Ta có: $\alpha + \beta = 90^o$

$\sin\alpha = \cos\beta$ $\qquad$ $\cos\alpha = \sin\beta$

$tg\alpha = cotg\beta$ $\qquad$ $cotg\alpha = tg\beta$

$1^o = 60'$ $\qquad$ $90^o = 89^o60'$.

Bài tập vận dụng:

Câu 1. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường phân giác AD. Chứng minh rằng:

a) $\dfrac{1}{AB} + \dfrac{1}{AC} = \dfrac{\sqrt{2}}{AD}$ $\qquad$ b) $\dfrac{1}{AB^2} + \dfrac{1}{AC^2} \le \dfrac{1}{AD^2}$.

Câu 2. Cho hình thang ABCD có hai cạnh bên là AD và BC bằng nhau, đường chéo AC vuông góc với cạnh bên BC. Biết AD = 5a, AC = 12a.

a) Tính $\dfrac{\sin B+\cos B}{\sin B-\cos B}$

b) Tính chiều cao của hình thang ABCD.

Câu 3. Chứng minh các đẳng thức sau:

a) $\dfrac{1+\sin^2\alpha}{1-\sin^2\alpha}=1+2\mathrm{tg}^2\alpha$

b) Cho α, β là hai góc nhọn. Chứng minh rằng: $\cos^2\alpha-\cos^2\beta=\sin^2\beta-\sin^2\alpha=\dfrac{1}{1+tg^2\alpha}-\dfrac{1}{1+tg^2\beta}$

Câu 4. Cho tam giác nhọn ABC, hai đường cao AD và BE cắt nhau tại H. Biết $\mathrm{HD}:\mathrm{HA}=1:2$, chứng minh rằng $\tan\mathrm{B}.\tan\mathrm{C}=3$.

Câu 5. Cho góc xOy có số đo bằng $\alpha(\alpha<90^0)$. Trên tia phân giác của góc này lấy điểm A cố định. Qua A vẽ một đường thẳng thay đổi cắt Ox, Oy lần lượt tại M và N. Chứng minh rằng tổng $\dfrac{1}{\mathrm{OM}}+\dfrac{1}{\mathrm{ON}}$ có giá trị không đổi.

Câu 6. Cho tam giác ABC, hai đường trung tuyến BE, CF vuông góc với nhau. Chứng minh rằng: $\cot\mathrm{B}+\cot\mathrm{C}\geq\dfrac{2}{3}$.

Câu 7. Cho tam giác ABC vuông ở A, $AH\perp BC$, $HE\perp AB$, $HF\perp AC$ $(H\in BC,\ \ E\in AB,\ F\in AC)$.

a. Chứng minh rằng $AE.AB=AF.AC$; $BH=BC.cos^2B$.

b. Chứng minh rằng $\dfrac{AB^3}{AC^3}=\dfrac{BE}{CF}$.

c. Chứng minh rằng $\sqrt[3]{BC^2}=\sqrt[3]{CF^2}+\sqrt[3]{BE^2}$.

d. Cho $BC=2a$. Điểm A thay đổi sao cho giả thiết vẫn đúng. Tìm giá trị lớn nhất của diện tích tứ giác AEHF.

Câu 8. Tam giác ABC có các góc A, góc B đều nhọn. Các đường phân giác AD, đường trung tuyến BM và đường cao CH cắt nhau tại điểm O. Chứng minh rằng $\mathrm{AB}.\cos\mathrm{A}=\mathrm{BC}.\cos\mathrm{B}$.

Câu 9. Cho tam giác ABC cân tại A có $\hat{\mathrm{A}}=20^0$; $\mathrm{AB}=\mathrm{AC}=\mathrm{b}$; $\mathrm{BC}=\mathrm{a}$. Chứng minh rằng

$$a^3+b^3=3ab^2$$

Câu 10. Cho tam giác ABC vuông tại A trung tuyến AM, có $\widehat{ABC}=15^0$. Chứng minh rằng: $BC^2=4AB.AC$

Câu 11. Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn và có độ dài lần lượt là a, b ,c. CMR:

$$\sqrt{a.\sin A}+\sqrt{b.\sin B}+\sqrt{c.\sin C}=\sqrt{(a+b+c).\left(\sin A+\sin B+\sin C\right)}$$

Câu 12. Cho tam giác ABC vuông tại A có AB<AC và trung tuyến AM. Có $\widehat{ACB}=\alpha$ và $\widehat{AMB}=\beta$

CMR: $\left(\sin\alpha+\cos\beta\right)^2=1+\sin\beta$

Câu 13. Lấy điểm O bất kỳ trong tam giác, các tia AO, BO, CO cắt các cạnh BC, CA, AB theo thứ tự tại D, E, F. Chứng minh rằng:

a) $\frac{OD}{AD}+\frac{OE}{BE}+\frac{OF}{CF}=1$

b) $\left(1+\frac{AD}{OD}\right)\cdot\left(1+\frac{BE}{OE}\right)\cdot\left(1+\frac{CF}{OF}\right)\geq 64$.

Câu 14. Cho tam giác ABC, nếu $\widehat{BAC}=75^0$, đường cao CH thỏa mãn: $CH=\frac{1}{2}AB$. Chứng minh tam giác ABC cân.

Câu 15. Cho tam giác ABC, có các góc B và C đều nhọn. Các đường cao AD và BE cắt nhau tại H. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. Cho biết $\tan B.\tan C=3$, chứng minh rằng HG // BC.

Câu 16. Nếu tam giác ABC vuông tại A có trung tuyến AM, $\widehat{ABM}=15^0$ và $S_{ABC}=16$. Tính độ dài BM.

Câu 17. Cho tam giác ABC có góc B = 60^0. CMR: $AC^2=AB^2+BC^2-AB.BC$.