BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9A0.1
BIẾN ĐỔI ĐƠN GIẢN BIỂU THỨC CHỨA CĂN BẬC HAI (TIẾP)
Giáo viên: Trần Ngọc Hà

Tài liệu lớp học trực tiếp – 18h – 21h – Tối thứ 6 – 23/26 Nguyên Hồng

Họ và tên: ....Ngày học: ....

Câu 5. Cho các số $x=a_1\sqrt{2}+b_1; y=a_2\sqrt{2}+b_2\ \left(a_1;b_1;a_2;b_2\in\mathbb{Q}\right)$. Chứng minh :

a) $x+y$ cũng có dạng $a+b\sqrt{2}\left(a,b\in\mathbb{Q}\right)$

b) $\frac{x}{y}$ với $y\ne 0$ cũng có dạng $a+b\sqrt{2}\left(a,b\in\mathbb{Q}\right)$.

Câu 6. Tìm x để A là số tự nhiên: $A=\sqrt{x^2+1}-x-\frac{1}{\sqrt{x^2+1}-x}$

Câu 7. Tìm các số tự nhiên x, y sao cho: $\sqrt{x}+\sqrt{y}=\sqrt{931}$

Hoán vị lại x và y ta được thêm 4 bộ số x, y.

Câu 8. Tìm số tự nhiên n nhỏ nhất: $\sqrt{n+1}-\sqrt{n}<0,05$

Câu 9. Chứng minh rằng:

a) $\frac{2\sqrt{mn}}{\sqrt{m}+\sqrt{n}+\sqrt{m+n}}=\sqrt{m}+\sqrt{n}-\sqrt{m+n}$

b) $\frac{1}{(n+1)\sqrt{n}+n\sqrt{n+1}}=\frac{1}{\sqrt{n}}-\frac{1}{\sqrt{n+1}}$

Câu 14. Cho $P=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{xy}+\sqrt{x}+2}+\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{yz}+\sqrt{y}+1}+\frac{2\sqrt{z}}{\sqrt{zx}+2\sqrt{z}+2}$. Biết $xyz=4$. Tính $\sqrt{P}$.

Câu 15. Cho x, y, z lớn hơn 0 và khác nhau. Chứng minh rằng giá trị của biểu thức P không phụ thuộc vào giá trị của các biến:

$$P=\frac{x}{\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)\left(\sqrt{x}-\sqrt{z}\right)}+\frac{y}{\left(\sqrt{y}-\sqrt{z}\right)\left(\sqrt{y}-\sqrt{x}\right)}+\frac{z}{\left(\sqrt{z}-\sqrt{x}\right)\left(\sqrt{z}-\sqrt{y}\right)}$$

Câu 16. Cho biểu thức $S_n=\left(\sqrt{2}+1\right)^n+\left(\sqrt{2}-1\right)^n$ (với n nguyên dương)

a) Tính S_2, S_3

b) Chứng minh rằng: Với mọi m, n nguyên dương và $m>n$ ta có $S_{m+n}=S_m.S_n-S_{m-n}$

c) Tính S_4.

Câu 17. Cho biểu thức $S_n = \left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^n + \left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^n$ (với n nguyên dương)

a) Chứng minh rằng $S_{2n} = S_2^n - 2$

b) Tính S_2, S_4

Câu 18. Cho biểu thức $S_n = \left(2-\sqrt{3}\right)^n + \left(2+\sqrt{3}\right)^n$ (với n nguyên dương)

a) Chứng minh rằng $S_{3n} + 3S_n = S_n^3$

b) Tính S_3, S_9

BTVN

Câu 19. Chứng minh đẳng thức

a) $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}+\sqrt{8}+4} = \sqrt{2}-1$

b) $\sqrt{21-6\sqrt{6}} + \sqrt{9+2\sqrt{18}} - 2\sqrt{6+3\sqrt{3}} = 0$

c) $\sqrt{6+2\sqrt{5-\sqrt{13+\sqrt{48}}}} = 1+\sqrt{3}$

d) $\sqrt{4+\sqrt{5\sqrt{3}+5\sqrt{48-10\sqrt{7+4\sqrt{3}}}}} = 3$

Câu 20. Rút gọn các BT sau

a) $A = \dfrac{2\sqrt{15}-2\sqrt{10}+\sqrt{6}-3}{2\sqrt{5}-2\sqrt{10}-\sqrt{3}+\sqrt{6}}$

b) $B = \dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}+\sqrt{8}+\sqrt{16}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4}}$

c) $C = \left(\sqrt{\dfrac{2}{3}}+\sqrt{\dfrac{3}{2}}+2\right)\left(\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}+\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}\right)\left(24+8\sqrt{6}\right)$

Câu 21. So sánh các số sau

a) $\sqrt{21}+\sqrt{2}$ và $\sqrt{14}+\sqrt{3}$

b) $\sqrt{17}+\sqrt{6}$ và $\sqrt{21}-\sqrt{2}$

Câu 22. So sánh hai số sau $\sqrt{29}-\sqrt{28}$ và $\sqrt{28}-\sqrt{27}$.

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9A0.1
ĐẲNG THỨC VÀ BẤT ĐẲNG THỨC TRONG TAM GIÁC
Giáo viên: Nguyễn Thành Long
Tài liệu lớp học trực tiếp – 18h – 21h – Tối thứ 6 – 23/26 Nguyên Hồng

Họ và tên: ....Ngày học: ....

Câu 1. Trong tam giác ABC, các điểm D, E, F tương ứng nằm trên các cạnh BC, CA, AB sao cho: $\angle AFE = \angle BFD,\ \angle BDF = \angle CDE,\ \angle CED = \angle AEF$.

a) Chứng minh rằng: $\angle BDF = \angle BAC$.

b) Cho AB = 5, BC = 8, CA = 7. Tính độ dài đoạn BD.

Câu 2. Tìm tất cả các tam giác vuông có số đo các cạnh là các số nguyên dương và số đo diện tích bằng số đo chu vi.

Câu 3. Cho hình chữ nhật ABCD. Trên đường chéo BD lấy điểm P, gọi M là điểm đối xứng của điểm C qua P.

a) Tứ giác AMDB là hình gì?

b) Gọi E và F lần lượt là hình chiếu của điểm M lên AB, AD. Chứng minh EF//AC và ba điểm E, F, P thẳng hàng.

c) Chứng minh rằng tỉ số các cạnh của hình chữ nhật MEAF không phụ thuộc vào vị trí của điểm P.

d) Giả sử CP $\perp$ BD và CP = 2,4 cm, $\dfrac{PD}{PB} = \dfrac{9}{16}$. Tính các cạnh của hình chữ nhật ABCD.

Câu 4. Cho tam giác ABC, các đường cao AK và BD cắt nhau tại G. Vẽ đường trung trực HE, HF của AC và BC. Chứng minh rằng : BG = 2HE và AG = 2HF

Câu 5. Cho tam giác ABC cân tại A có $\hat{A} = 20^0$; $AB = AC = b$; $BC = a$. CMR: $a^3 + b^3 = 3ab^2$

Câu 6. Cho tam giác ABC nhọn, các đường cao AA', BB', CC', H là trực tâm.

a) Tính tổng $\dfrac{HA'}{AA'} + \dfrac{HB'}{BB'} + \dfrac{HC'}{CC'}$.

b) Gọi AI là phân giác của tam giác ABC; IM, IN thứ tự là phân giác của góc AIC và góc AIB. Chứng minh rằng: AN.BI.CM = BN. IC.AM.

c) Tam giác ABC như thế nào thì biểu thức $\dfrac{(AB + BC + CA)^2}{AA'^2 + BB'^2 + CC'^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất?

Câu 7. Chứng minh các đẳng thức trong tam giác:

[1] $S = \dfrac{1}{2}ah_a = pr = \dfrac{1}{2}bc\sin A = \dfrac{abc}{4R} = (p-a)r_a = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

[2] $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$

[3] $a = 2R\sin A$

[4] $m_a{}^2 = \dfrac{2b^2 + 2c^2 - a^2}{4}$

[5] $l_a = \dfrac{2bc\cos\frac{A}{2}}{b+c}$

[6] $3(OA^2 + OB^2 + OC^2) = 9OG^2 + a^2 + b^2 + c^2$

[7] $a^2 + b^2 + c^2 \geq 9R^2$

Câu 8. Chứng minh các BĐT trong tam giác:

[1] $a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + bc + ca)$

[2] $2(a^2 + b^2 + c^2) < (a+b+c)^2$

[3] $ab(a+b) + bc(b+c) + ca(c+a) > 3abc$

[4] $\dfrac{1}{p-a} + \dfrac{1}{p-b} + \dfrac{1}{p-c} \geq 2\left(\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} + \dfrac{1}{c}\right)$

[5] $\dfrac{a^2}{p-a} + \dfrac{b^2}{p-b} + \dfrac{c^2}{p-c} \geq 2(a+b+c)$

[6] $\dfrac{a}{p-a} + \dfrac{b}{p-b} + \dfrac{c}{p-c} \geq \dfrac{3}{2}$

[7] $\dfrac{ab}{a+b-c} + \dfrac{bc}{b+c-a} + \dfrac{ca}{c+a-b} \geq 2(a+b+c)$

[8] $(a+b-c)(a-b+c)(-a+b+c) \leq abc$

[9] $\dfrac{a}{b+c} + \dfrac{b}{c+a} + \dfrac{c}{c+a} + \dfrac{3abc}{(a+b)(b+c)(c+a)} < 2$

[10] $a^2 + b^2 + c^2 + 4abc < \dfrac{1}{2} \qquad (a+b+c=1)$

[11] $\sqrt{p} < \sqrt{p-a} + \sqrt{p-b} + \sqrt{p-c} \leq \sqrt{3p}$

Câu 9. Cực trị hình học trong tam giác:

[1] Trong tất cả các tam giác có cạnh a và đường cao h_a cho trước, tìm tam giác có góc A nhỏ nhất

[2] Trong tất cả các tam giác có các cạnh AB, AC có độ dài cho trước, tìm tam giác có bán kính đường tròn ngoại tiếp nhỏ nhất

[3] Tìm bên trong ABC một điểm O sao cho tổng bình phương khoảng cách từ điểm đó đến các cạnh của tam giác là nhỏ nhất