

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ NGÀY 09.07

Giáo viên: Trần Ngọc Hà

Tài liệu lớp học trực tiếp 9A0.1- 18h - 21h - Tối thứ 6 - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:Ngày học:

ĐẠI SỐ

Câu 11. Cho biểu thức $A = \left(\frac{\sqrt{a}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{a}} \right) \left(\frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1} - \frac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1} \right)$

- a) Rút gọn biểu thức A
b) Tính giá trị của A khi $|a - 1| = 1$

HD:

a) Điều kiện để A có nghĩa là: $a > 0; a \neq 1$

$$A = \left(\frac{\sqrt{a}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{a}} \right) \left(\frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1} - \frac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1} \right) = \left(\frac{a - 1}{2\sqrt{a}} \right) \cdot \left(\frac{-4a}{a - 1} \right) = -2\sqrt{a}$$

Vậy $A = -2\sqrt{a} (a > 0; a \neq 1)$

b) Ta có $|a - 1| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a - 1 = 1 \\ a - 1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2(tm) \\ a = 0(loai) \end{cases}$

Thay $a = 2$ vào biểu thức A ta được $A = -2\sqrt{2}$.

Câu 12. Cho $A = \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} - \frac{2\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 2} + \frac{x - 6\sqrt{x} + 4}{x - 4} (x \geq 0, x \neq 4)$

- a) Rút gọn A
b) Tính giá trị của A, khi $x = 9 + 4\sqrt{5}$

HD:

a) Ta có $A = \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} - \frac{2\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 2} + \frac{x - 6\sqrt{x} + 4}{x - 4} = \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} - \frac{2\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 2} + \frac{x - 6\sqrt{x} + 4}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}$
 $= \frac{(x + \sqrt{x})(\sqrt{x} + 2) - (2\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} - 2) + x - 6\sqrt{x} + 4}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)} = \frac{x\sqrt{x} + 2x + \sqrt{x} + 2}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)} = \frac{x + 1}{\sqrt{x} - 2} (x \geq 0, x \neq 4)$

b) $x = 9 + 4\sqrt{5} = (2 + \sqrt{5})^2 (tm) \Rightarrow \sqrt{x} = 2 + \sqrt{5} \Rightarrow A = \frac{9 + 4\sqrt{5} + 1}{2 + \sqrt{5} - 2} = \frac{10 + 4\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5} + 4$

Câu 13. Cho $A = \left(\frac{\sqrt{x}}{x - 4} + \frac{1}{\sqrt{x} - 2} \right) \cdot \frac{\sqrt{x} - 2}{2} (x \geq 0; x \neq 4)$

- a) Rút gọn A
b) Tìm x để $A = \frac{2\sqrt{x} - 3}{6}$

HD:

a) Ta có $A = \left(\frac{\sqrt{x}}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}-2}{2} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} (x \geq 0; x \neq 4)$

b) Ta có: $A = \frac{2\sqrt{x}-3}{6} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} = \frac{2\sqrt{x}-3}{6} \Leftrightarrow 2x-5\sqrt{x}-12=0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x}=4 \Rightarrow x=16 \\ \sqrt{x}=\frac{-3}{2} \text{ (loại)} \end{cases}$$

Câu 14. Cho biểu thức $B = \left(\frac{x\sqrt{x}+x+\sqrt{x}}{x\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}+3}{1-\sqrt{x}} \right) \cdot \frac{x-1}{2x+\sqrt{x}-1}$

a) Rút gọn.

b) Tìm tất cả các giá trị của x để $B < 0$.

HD:

a) ĐK: $x \geq 0; x \neq 1; x \neq \frac{1}{4}$

$$\begin{aligned} B &= \left(\frac{x\sqrt{x}+x+\sqrt{x}}{x\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}+3}{1-\sqrt{x}} \right) \cdot \frac{x-1}{2x+\sqrt{x}-1} \\ &= \left[\frac{\sqrt{x}(x+\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} + \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-1} \right] \cdot \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}+1)(2\sqrt{x}-1)} \\ &= \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-1} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{2\sqrt{x}-1} = \frac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-1} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{2\sqrt{x}-1} = \frac{2\sqrt{x}+3}{2\sqrt{x}-1} \end{aligned}$$

b) $B < 0 \Leftrightarrow \frac{2\sqrt{x}+3}{2\sqrt{x}-1} < 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{x}-1 < 0$ (do $2\sqrt{x}+3 > 0$) $\Leftrightarrow \sqrt{x} < \frac{1}{2} \Leftrightarrow 0 \leq x < \frac{1}{4}$

Vậy với $0 \leq x < \frac{1}{4}$ thì $B < 0$.

HÌNH HỌC

Câu 11. Cho tứ giác ABCD có $\widehat{C} + \widehat{D} = 90^\circ$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BD, DC, CA. Chứng minh 4 điểm M, N, P, Q cùng thuộc một đường tròn. Tìm tâm đường tròn đó.

HD:

Kéo dài AD, CB cắt nhau tại điểm T thì tam giác TCD vuông tại T.

+ Có MN là đường trung bình của tam giác ABD \Rightarrow $NM \parallel AD$

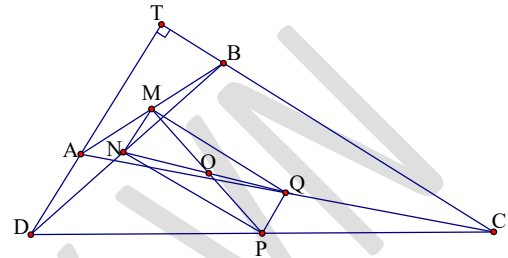
+ MQ là đường trung bình của tam giác ABC \Rightarrow $MQ \parallel BC$.

Mặt khác $AD \perp BC \Rightarrow MN \perp MQ$.

Chứng minh tương tự ta cũng có: $MN \perp NP, NP \perp PQ$.

Suy ra MNPQ là hình chữ nhật.

Hay các điểm M, N, P, Q thuộc một đường tròn có tâm là giao điểm O của hai đường chéo NQ, MP.



Câu 12. Cho tam giác ABC cân tại A nội tiếp đường tròn (O). Gọi M là trung điểm của AC; G là trọng tâm của tam giác ABM. Gọi Q là giao điểm của BM và GO. Xác định tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BGQ.

HD:

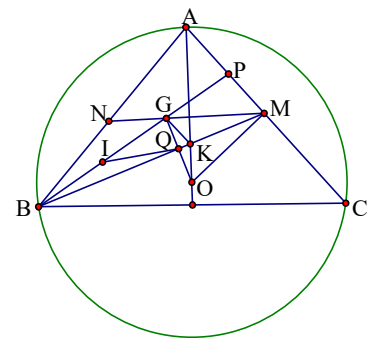
Vì tam giác ABC cân tại A nên tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác nằm trên đường trung trực của BC.

Dựng các đường trung tuyến MN, BP của tam giác ABM cắt nhau tại trọng tâm G. Do $MN \parallel BC \Rightarrow MN \perp AO$. Gọi K là giao điểm của BM và AO thì K là trọng tâm của tam giác ABC suy ra $GK \parallel AC$.

Mặt khác ta có $OM \perp AC$ suy ra $GK \perp OM$ hay K là trực tâm của tam giác OMG $\Rightarrow MK \perp OG$.

Như vậy tam giác BQG vuông tại Q.

Do đó tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác GQB là trung điểm I của BG.



Câu 13. Cho hình thang vuông ABCD có $\widehat{A} = \widehat{B} = 90^\circ$. $BC = 2AD = 2a$, Gọi H là hình chiếu vuông góc của B lên AC; M là trung điểm của HC. Tìm tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác BDM.

HD:

Gọi N là trung điểm của BH thì MN là đường trung bình của tam giác HBC suy ra $MN \perp AB$, mặt khác $BH \perp AM$

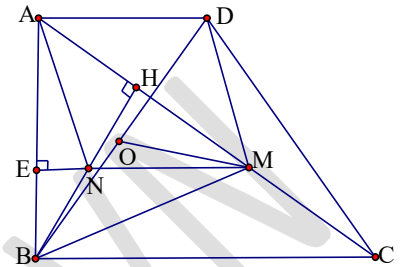
\Rightarrow N là trực tâm của tam giác ABM $\Rightarrow AN \perp BM$.

Do $MN \parallel \frac{1}{2}BC \Rightarrow MN \parallel AD$ nên ADMN là hình bình hành

Suy ra $AN \parallel DM$.

Từ đó ta có: $DM \perp BM$ hay tam giác DBM vuông tại M nên tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DBM là trung điểm O của BD.

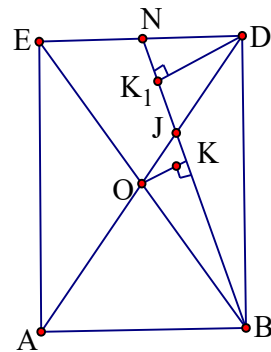
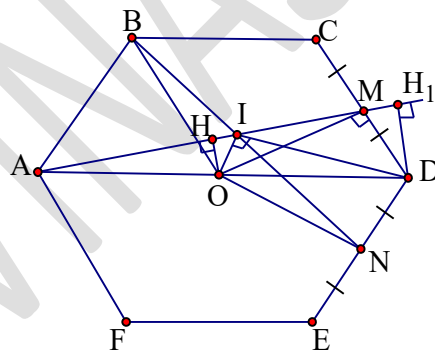
Ta có $R = MO = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}\sqrt{AB^2 + AD^2} = \frac{1}{2}\sqrt{AB^2 + a^2}$.



Câu 14. Cho lục giác đều ABCDEF tâm O. Gọi M, N là trung điểm của CD, DE. AM cắt BN tại I.

Chứng minh rằng các điểm M, I, O, N, D nằm trên một đường tròn.

HD:



ABCDEF là lục giác đều $\Rightarrow OM \perp CD, ON \perp DE \Rightarrow M, N, O, D$ nằm trên đường tròn đường kính OD.

Vì tam giác $\triangle OBN = \triangle OAM$ nên điểm O cách đều AM, BN $\Rightarrow OI$ là phân giác trong của góc \widehat{AIN}

Kẻ $\begin{cases} OH \perp AM \\ DH_1 \perp AM \end{cases} \Rightarrow DH_1 = 2OH$ (Do OH là đường trung bình của tam giác DAH₁)

$$\text{Kẻ } \begin{cases} OK \perp BN \\ DK_1 \perp BN \end{cases} \Rightarrow DK_1 = 2OK \quad (\text{Do } \frac{OK}{DK_1} = \frac{JO}{JD} = \frac{1}{2} \text{ với } J = AD \cap NB)$$

$$\text{Do } OK = OH \Leftrightarrow DH_1 = DK_1$$

$\Rightarrow D$ cách đều AM, BN hay ID là phân giác ngoài của $\widehat{AIN} \Rightarrow \widehat{OID} = 90^\circ$.

Vậy 5 điểm M, I, O, N, D cùng nằm trên một đường tròn đường kính OD .

Câu 15. Cho hình vuông $ABCD$. Gọi M là trung điểm BC , N là điểm thuộc đường chéo AC sao cho $AN = \frac{1}{4}AC$. Chứng minh 4 điểm M, N, C, D nằm trên cùng một đường tròn.

HD:

Ta thấy tứ giác $MCDN$ có $\widehat{MCD} = 90^\circ$ nên để chứng minh 4 điểm M, N, C, D cùng nằm trên một đường tròn ta sẽ chứng minh $\widehat{MND} = 90^\circ$

Cách 1: Kẻ đường thẳng qua N song song với AB cắt BC, AD tại E, F .

Xét $\Delta_{\text{vuông}} NEM$ và $\Delta_{\text{vuông}} DFN$ có $EM = NF = \frac{1}{4}AB, EN = DF = \frac{1}{4}AB$

$\Rightarrow \Delta NEM = \Delta DFN \Rightarrow \widehat{NME} = \widehat{DNF}, \widehat{MNE} = \widehat{NDF} \Rightarrow \widehat{MNE} + \widehat{DNF} = 90^\circ$
 $\Rightarrow \Delta MND$ vuông tại N .

Suy ra 4 điểm M, N, C, D cùng nằm trên đường tròn đường kính MD

Cách 2: Gọi K là trung điểm của ID với I là giao điểm của hai đường chéo AC và BD .

Dễ thấy $MCKN$ là hình bình hành nên suy ra $CK // MN$.

Mặt khác do $NK \perp CD, DK \perp CN \Rightarrow K$ là trực tâm của tam giác $CDN \Rightarrow CK \perp ND \Leftrightarrow MN \perp ND$.

