

**BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9**  
**RÚT GỌN BIỂU THỨC CĂN BẬC HAI CHỨA CHỮ (TIẾP)**

Giáo viên: Trần Ngọc Hà

Tài liệu lớp học trực tiếp 9A0.1 – 18h – 21h – Tối thứ 6 – 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên: ..... Ngày học: .....

**Dạng 3. Rút gọn biểu thức chứa căn và bài toán số học**

**Câu 7.** Cho biểu thức  $P = \frac{x^2 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} - \frac{2x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{2(x-1)}{\sqrt{x}-1}$ .

- Rút gọn P.
- Tìm giá trị nhỏ nhất của P.
- Tìm x để biểu thức  $Q = \frac{2\sqrt{x}}{P}$  nhận giá trị là số nguyên.

**Dạng 4. Rút gọn biểu thức chứa căn và bài toán bất đẳng thức, GTLN, GTNN**

**Câu 8.** Cho biểu thức:  $P = \left( \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{2}$ . Với  $x > 0, x \neq 1$ .

- Rút gọn biểu thức P.
- Tìm x để  $P = \frac{2}{7}$ .
- So sánh:  $P^2$  và  $2P$ .

**Câu 9.** Cho biểu thức:  $P = \left( 1 + \frac{\sqrt{x}}{x+1} \right) : \left( \frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}}{x\sqrt{x} + \sqrt{x} - x - 1} \right) - 1$

- Tìm điều kiện của x để biểu thức P có nghĩa và rút gọn biểu thức P.
- Tìm x để  $P \leq 0$ .
- Tìm x để  $\sqrt{P}$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Câu 10.** Cho hai biểu thức:  $P = \frac{x+4\sqrt{x}+13}{3\sqrt{x}+1}$  và  $Q = \frac{3\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} - \frac{12\sqrt{x}+4}{x-4}$  với  $x > 0, x$  khác 4.

- Tính giá trị của P khi  $x = 9$
- Rút gọn biểu thức Q
- Tìm giá trị x để biểu thức  $P.Q$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Câu 11.** Cho hai biểu thức  $A = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3} + \frac{4}{x+3\sqrt{x}} - 1$  và  $B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$ .

- Tính giá trị biểu thức B tại  $x = 9$ .

b) Chứng minh  $A = \frac{(\sqrt{x}-2)^2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}$ .

c) Tìm giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $A : B = m$  có nghiệm duy nhất.

**Câu 12.** Cho hai biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1}$  và  $B = \frac{\sqrt{x}}{x\sqrt{x}-1} + \frac{1}{\sqrt{x}-1}$

a) Tính giá trị của biểu thức  $A$  khi  $x=4$ .

b) Rút gọn biểu thức  $C = \frac{A}{B}$ .

c) Tìm các giá trị của  $x$  để biểu thức  $C$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Câu 13.** Cho hai biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$  và  $B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}+3} + \frac{4}{x-9}\right) \cdot (\sqrt{x}-3)$ .

a) Tính giá trị của biểu thức  $A$  khi  $x=4$ .

b) Chứng minh  $B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}$ .

c) Cho  $P = A : B$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P$ .

**Bài tập về nhà**

**Câu 14.** Cho biểu thức  $B = \left(\frac{x\sqrt{x}+x+\sqrt{x}}{x\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}+3}{1-\sqrt{x}}\right) \cdot \frac{x-1}{2x+\sqrt{x}-1}$

a) Rút gọn.

b) Tìm tất cả các giá trị của  $x$  để  $B < 0$ .

**Câu 15.** Cho  $P = \frac{\sqrt{x}+1}{x-1} - \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1}$  với  $x \geq 0; x \neq 1$ .

a) Rút gọn  $P$ .

b) Tính  $P$  biết  $x = \frac{4}{\sqrt{2}+1} + \frac{4}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{4}{2+\sqrt{3}}$ .

c) Tìm  $x$  nguyên để  $P$  nguyên.

**Câu 16.** Cho biểu thức:  $P = \left(\frac{4\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}} + \frac{8x}{4-x}\right) : \left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} - \frac{2}{\sqrt{x}}\right)$

a) Rút gọn  $P$

b) Tính giá trị của  $P$  khi  $x = 17 - 12\sqrt{2}$

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của  $Q = (\sqrt{x} - 3)P + 4\sqrt{x-1}$

**Câu 17.** Cho biểu thức:  $A = \left( \frac{x+2\sqrt{x}+4}{x\sqrt{x}-8} + \frac{x+2\sqrt{x}+1}{x-1} \right) : \left( 3 + \frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{2}{\sqrt{x}+1} \right)$

- Rút gọn A.
- Tìm giá trị của x để  $A > 0$ .
- Tìm x để  $A > 1$ .

VINASTUDY.VN

**BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9A0.1**  
**SỰ XÁC ĐỊNH CỦA ĐƯỜNG TRÒN (TIẾP)**

Giáo viên: Nguyễn Thành Long

Tài liệu lớp học trực tiếp – 18h – 21h – Tối thứ 6 – 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên: .....Ngày học: .....

Các con lưu ý chuẩn bị compa để vẽ đường tròn.

**A. Lý thuyết**

**Để chứng minh các điểm thuộc một đường tròn:**

- + Trong tam giác vuông trung điểm cạnh huyền là tâm vòng tròn ngoại tiếp
- + Trong tam giác đều, tâm vòng tròn ngoại tiếp là trọng tâm tam giác đó.
- + Trong tam giác thường:
  - Tâm vòng tròn ngoại tiếp là giao điểm của 3 đường trung trực của 3 cạnh tam giác đó
  - Tâm vòng tròn nội tiếp là giao điểm 3 đường phân giác trong của tam giác đó
  - Các đỉnh của hình chữ nhật cùng thuộc đường tròn tâm là giao điểm hai đường chéo.
  - Các đỉnh của hình vuông cùng thuộc đường tròn tâm là giao điểm hai đường chéo.

**B. Bài tập vận dụng:**

**Câu 1.** Cho tứ giác ABCD có  $C + D = 90^\circ$ . Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BD, DC, CA.

Chứng minh 4 điểm M, N, P, Q cùng thuộc một đường tròn. Tìm tâm đường tròn đó

**Câu 2.** Cho tam giác ABC cân tại A nội tiếp đường tròn (O). Gọi M là trung điểm của AC; G là trọng tâm của tam giác ABM. Gọi Q là giao điểm của BM và GO. Xác định tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BGQ.

**Câu 3.** Cho hình thang vuông ABCD có  $A = B = 90^\circ$ .  $BC = 2AD = 2a$ , Gọi H là hình chiếu vuông góc của B lên AC; M là trung điểm của HC. Tìm tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác BDM.

**Câu 4.** Cho hình chữ nhật ABCD, kẻ BH vuông góc với AC. Trên AC, CD ta lấy các điểm M, N sao

cho  $\frac{AM}{AH} = \frac{DN}{DC}$ . Chứng minh 4 điểm M, B, C, N nằm trên một đường tròn.

**Câu 5.** Cho lục giác đều ABCDEF tâm O. Gọi M,N là trung điểm của CD,DE. AM cắt BN tại I. Chứng minh rằng các điểm M,I,O,N,D nằm trên một đường tròn.

**Câu 6.** Cho hình vuông ABCD. Gọi M là trung điểm BC,N là điểm thuộc đường chéo AC sao cho  $AN = \frac{1}{4}AC$ . Chứng minh 4 điểm M,N,C,D nằm trên cùng một đường tròn.

**Câu 7.** Cho tam giác ABC có trục tâm H. Lấy điểm M,N thuộc tia BC sao cho  $MN = BC$  và M nằm giữa B,C. Gọi D,E lần lượt là hình chiếu vuông góc của M,N lên AC,AB. Chứng minh các điểm A,D,E,H cùng thuộc một đường tròn

**Câu 8.** Cho đường tròn (O; R);  $R = 3\text{cm}$ . Vẽ dây cung  $AB = 4\text{cm}$ . M là điểm trên đoạn thẳng OA sao cho  $AM = 1\text{cm}$ . Đường thẳng vuông góc với OA tại M cắt AB tại C. Tính tích  $AB.AC$ .

**Câu 9.** Cho tam giác ABC có A nhọn nội tiếp trong đường tròn (O; R). Chứng minh rằng:  
 $BC = 2R \sin BAC$ .

**Câu 10.** Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O; R). Gọi M là trung điểm BC. Giả sử O nằm trong tam giác AMC hoặc O nằm giữa A và M. Gọi I là trung điểm AC. Chứng minh rằng

a) Chứng minh  $MA + MC > OA + OC$

b) Chu vi tam giác IMC lớn hơn  $2R$

c) Chu vi tam giác ABC lớn hơn  $4R$

**Câu 11.** Cho đường tròn (O ; R) và một điểm A cố định trên đường tròn, B là một điểm di động trên đường tròn. Gọi M là một điểm trên AB sao cho  $AM = \frac{2}{3}AB$ . Chứng minh rằng khi B di động trên đường tròn (O) thì M di động trên một đường tròn cố định.

**Câu 12.** Cho đường tròn (O ; 3 cm) và một điểm A di động trên đường tròn. Vẽ đoạn thẳng  $AB \perp OA$  và  $AB = a$ . Gọi H là hình chiếu của A trên OB và G là trọng tâm của tam giác AOB.

a) Khi  $a = 4\text{ cm}$  thì điểm B và điểm H di động trên đường nào?

b) Xác định giá trị của a để điểm G di động trên đường tròn (O ; 3 cm).

**Câu 13.** Cho ba điểm A, B, C bất kì và đường tròn (O) bán kính 1. Chứng minh rằng tồn tại điểm M nằm trên đường tròn (O) sao cho:  $MA + MB + MC \geq 3$ .