

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ NGÀY 23/07
Tài liệu lớp học trực tiếp 9A0.1 - 18h - 21h - Tối thứ 6 - 23/26 Nguyễn Hồng

ĐẠI SỐ

Câu 5. Cho biểu thức

$$A = \left(1 - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}}\right) : \left(\frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{x-2}} - \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-3}} + \frac{\sqrt{x+2}}{x-5\sqrt{x+6}}\right) \quad (x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9).$$

Tìm x nguyên để A nguyên.

HD:

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } A &= \left(1 - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}}\right) : \left(\frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{x-2}} - \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-3}} + \frac{\sqrt{x+2}}{x-5\sqrt{x+6}}\right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{x+1}} : \frac{(\sqrt{x+3})(\sqrt{x-3}) - (\sqrt{x+2})(\sqrt{x-2}) + \sqrt{x+2}}{(\sqrt{x-2})(\sqrt{x-3})} \\ &= \frac{1}{\sqrt{x+1}} : \frac{x-9 - (x-4) + \sqrt{x+2}}{(\sqrt{x-2})(\sqrt{x-3})} = \frac{1}{\sqrt{x+1}} : \frac{\sqrt{x-3}}{(\sqrt{x-2})(\sqrt{x-3})} = \frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x+1}} \\ &= 1 - \frac{3}{\sqrt{x+1}} \end{aligned}$$

$A \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \sqrt{x+1}$ là ước của 3

$$\text{Vì } \sqrt{x+1} \geq 1 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x+1} = 1 \Leftrightarrow x = 0 \text{ (tm)} \\ \sqrt{x+1} = 3 \Leftrightarrow x = 4 \text{ (ktm)} \end{cases}$$

Vậy $x = 0$ là giá trị cần tìm.

Câu 6. Cho $A = \frac{x + \sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}}$ và $B = \frac{1}{\sqrt{x-1}} - \frac{x+2}{x\sqrt{x-1}} - \frac{\sqrt{x+1}}{x + \sqrt{x+1}}$ với $x \geq 0, x \neq 1$.

- Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 2$.
- Rút gọn biểu thức B.
- Tìm x sao cho $C = -A.B$ nhận giá trị là số nguyên.

HD:

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 2$.

$$\text{Có } A = \frac{x + \sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}} = \frac{(\sqrt{x-1})(x + \sqrt{x+1})}{x-1} = \frac{\sqrt{x^3-1}}{x-1}$$

Khi $x = 2 \Rightarrow A = 2\sqrt{2} - 1$.

b) Rút gọn biểu thức B .

$$\text{Có } B = \frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1}$$

$$B = \frac{x+\sqrt{x}+1-(x+2)-(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} = \frac{-x+\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} = \frac{-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}$$

c) Tìm x sao cho $C = -A.B$ nhận giá trị là số nguyên.

$$\text{Có } C = -AB = -\frac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} \cdot \frac{-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} = 1 - \frac{1}{\sqrt{x}+1}$$

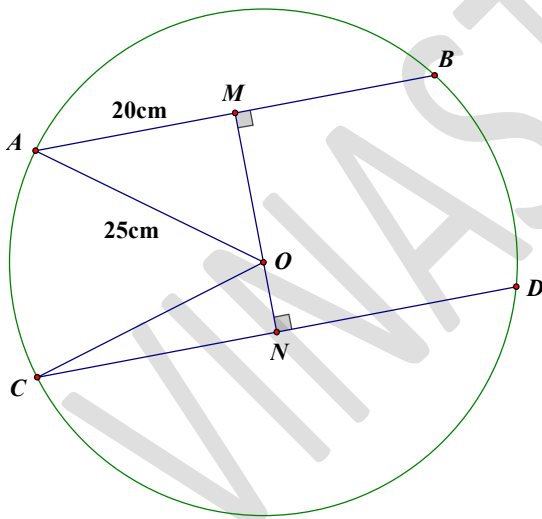
$$\text{Có } \sqrt{x}+1 \geq 1; x \geq 0; x \neq 1 \Rightarrow 0 \leq C < 1$$

$$C \text{ nhận giá trị là số nguyên} \Leftrightarrow C = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ (tm)}$$

HÌNH HỌC

Câu 5. Cho $(O; 25\text{cm})$, dây $AB = 40\text{cm}$. Vẽ dây CD song song với AB và có khoảng cách đến AB bằng 22cm . Tính độ dài dây CD

HD:



Kẻ $OM \perp AB$, $ON \perp CD$ thì M, N lần lượt là trung điểm AB, CD .

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông AMO , ta có:

$$OM^2 = AO^2 - AM^2 = 25^2 - 20^2 = 225 \Rightarrow OM = 15 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow ON = 7 \text{ cm}$$

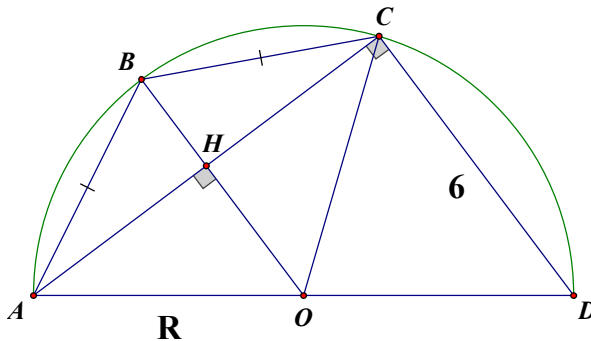
Áp dụng định lý Pytago trong tam giác CON , ta có: $CN^2 = OC^2 - ON^2 = 25^2 - 7^2 = 576 \Rightarrow CN = 24 \text{ cm}$

$$CD = 2CN = 2 \cdot 24 = 48 \text{ cm}$$

Không tồn tại trường hợp dây AB và CD nằm cùng phía với O

Câu 7. Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính AD. Trên nửa đường tròn lấy 2 điểm B và C. Biết $AB = BC = 2\sqrt{5}$ cm, $CD = 6$ cm. Tính bán kính đường tròn.

HD:



Gọi H là giao điểm của AC và BO

Vì $\triangle ABO = \triangle CBO$ (c.c.c) nên $\widehat{BOC} = \widehat{BOA}$

Từ đó ta chứng minh được $\triangle AHO = \triangle CHO$ (c.g.c)

$\Rightarrow AH = CH \Rightarrow H$ là trung điểm của AC $\Rightarrow OB \perp AC$ (định lý mối quan hệ giữa đường kính và dây cung)

Do $OA = OD = OC$ nên tam giác ADC vuông ở C $\Rightarrow DC \perp AC \Rightarrow DC \parallel OB$

OH là đường trung bình của $\triangle ACD \Rightarrow OH = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2}.6 = 3$ cm

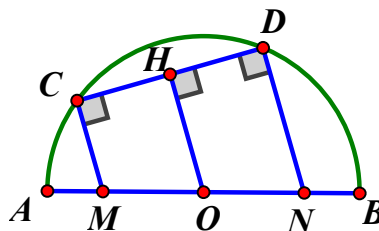
Áp dụng định lý Pytago, ta có:

$$HC^2 = OC^2 - OH^2 = BC^2 - BH^2 \Leftrightarrow R^2 - 3^2 = (2\sqrt{5})^2 - (R-3)^2$$

$$\Leftrightarrow R^2 - 9 = 20 - R^2 + 6R - 9 \Leftrightarrow 2R^2 - 6R - 20 = 0 \Leftrightarrow R = 5 \text{ cm (vì } R > 0).$$

Câu 8. Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính AB, dây CD ($CD < AB$). Các đường vuông góc với CD tại C và D cắt AB trong ứng tại M và N. Chứng minh rằng $AM = BN$.

HD:



Kẻ $OH \perp CD$ ($H \in CD$).

Khi đó $HC = HD$ (đường kính vuông góc với một dây thì đi qua trung điểm của dây đó)

Theo định lý đường trung bình của hình thang thì hình thang CDN M có $HC = HD$

và $HO \parallel CM \parallel DN$ nên $OM = ON$. Suy ra $AM = BN$ (đpcm).