

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9
TÌM X ĐỂ BIỂU THỨC SAU RÚT GỌN LÀ SỐ NGUYÊN
Tài liệu lớp học trực tiếp 9A0.1 – 18h – 21h – Tối thứ 6 – 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:Ngày học:

I. Các dạng bài và ví dụ

A. Với x nguyên.

Dạng 1: Tìm giá trị của biến x Nguyên để $A = \frac{a}{c\sqrt{x}+d}$ ($a, c, d \in \mathbb{Z}$) là số nguyên.

PP:

• Vì x nguyên, $x \geq 0$ nên \sqrt{x} là số tự nhiên hoặc là số vô tỉ.

Nếu \sqrt{x} là số vô tỉ thì $c\sqrt{x}+d$ là số vô tỉ nên A là số vô tỉ (loại), vậy \sqrt{x} là số tự nhiên.

Vậy để $A \in \mathbb{Z} \Rightarrow (c\sqrt{x}+d) \in U(a)$.

• **Chú ý khi tìm được x phải kết hợp với điều kiện ban đầu.**

VD: Biểu thức A sau khi rút gọn có dạng $A = \frac{7}{\sqrt{x}-2}$.

(Với điều kiện ban đầu: $x \geq 0, x \neq 4, x \neq 9$ (*)). Tìm x nguyên để A nguyên.

Dạng 2: Tìm giá trị của biến x nguyên để $A = \frac{a\sqrt{x}+b}{c\sqrt{x}+d}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{Z}$) là số nguyên.

Phương pháp:

• Chia tử thức cho mẫu thức được thương là hằng số $\frac{a}{c}$.

Nếu phần thương không là số nguyên thì nhân 2 vế với mẫu số của phần thương để biến thành số nguyên, khi đó cách giải tương tự **Dạng 1**.

• **Chú ý khi tìm được x phải kết hợp với điều kiện ban đầu.**

VD: Biểu thức A sau khi rút gọn có dạng $A = \frac{3\sqrt{x}+5}{2\sqrt{x}+1}$.

Với điều kiện ban đầu: $x \geq 0, x \neq 9$ (1). Tìm x nguyên để A nguyên.

Dạng 3: Tìm giá trị của biến x nguyên để

$A = \frac{mx+n}{d\sqrt{x}+e} = a\sqrt{x}+b + \frac{c}{d\sqrt{x}+e}$ ($a, b, c, d, e, m, n \in \mathbb{Z}$) là số nguyên.

Chú ý: Với dạng này ta vẫn phải xét trường hợp khi x nguyên và \sqrt{x} là số vô tỉ để khẳng định A vô tỉ để loại và cách giải giống hai dạng trên.

VD : Tìm x nguyên để $A = \frac{x-1}{\sqrt{x}-3}$ nguyên.

B. Với x là số thực.

Dạng 4: Tìm giá trị của biến x (số thực) để A là số nguyên.

PP:

• Đánh giá từ điều kiện của x và tìm cách chứng minh $m \leq A \leq n$ từ đó suy ra các giá trị nguyên của A và tìm được x .

• **Chú ý:**

+ Khi tìm được x phải kết hợp với điều kiện ban đầu.

VD: Tìm x để $A = \frac{3\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}$ nguyên, với điều kiện ban đầu $x \geq 0, x \neq 9$.

VD: Tìm các giá trị của x để $P = \frac{3}{x-\sqrt{x}+3}$ là số nguyên.

II. BÀI TẬP VẬN DỤNG

Câu 1. Cho biểu thức $A = \frac{3}{2\sqrt{x}+1}$. Tìm x nguyên để A nguyên.

Câu 2. Cho hai biểu thức

$$A = \frac{4(\sqrt{x}+1)}{25-x} \text{ và } B = \left(\frac{15-\sqrt{x}}{x-25} + \frac{2}{\sqrt{x}+5} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5} \text{ với } x \geq 0; x \neq 25.$$

a) Tìm giá trị của biểu thức A khi $x = 9$.

b) Rút gọn biểu thức B .

c) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để biểu thức $P = A.B$ đạt giá trị nguyên lớn nhất.

Câu 3. Cho biểu thức

$$P = \frac{x}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(1-\sqrt{y})} - \frac{y}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}+1)} - \frac{xy}{(\sqrt{x}+1)(1-\sqrt{y})}$$

a) Rút gọn biểu thức P .

b) Tìm x, y nguyên thỏa mãn phương trình $P = 2$.

Câu 4. Cho biểu thức $A = \frac{15\sqrt{x}-11}{x+2\sqrt{x}-3} - \frac{3\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+3}$ ($x \geq 0; x \neq 1$). Tìm x nguyên để A nguyên.

Câu 5. Cho biểu thức

$$A = \left(1 - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3} + \frac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6} \right) (x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9).$$

Tìm x nguyên để A nguyên.

Câu 6. Cho $A = \frac{x + \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 1}$ và $B = \frac{1}{\sqrt{x} - 1} - \frac{x + 2}{x\sqrt{x} - 1} - \frac{\sqrt{x} + 1}{x + \sqrt{x} + 1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$.

- Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 2$.
- Rút gọn biểu thức B.
- Tìm x sao cho $C = -A.B$ nhận giá trị là số nguyên.

Câu 7. Cho biểu thức $M = \frac{2x}{3\sqrt{x} + 1}$. Tìm x nguyên để A nguyên.

Câu 8. Cho $A = \frac{2\sqrt{x} + 8}{\sqrt{x} + 1}$. Tìm x để A nguyên.

Câu 9. Cho $A = \frac{3\sqrt{x}}{5\sqrt{x} + 1}$. Tìm x để A nguyên.

Câu 10. Cho $P = \frac{2x - 1}{\sqrt{x} + 1}$. Tìm x để P nhận các giá trị nguyên nhỏ hơn 2.

Câu 11. Cho biểu thức $P = \frac{-3x - 2}{2\sqrt{x} + 1}$. Tìm x để P nhận các giá trị nguyên thỏa mãn $P \geq -3$.

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9
ĐƯỜNG TRÒN

Tài liệu lớp học trực tiếp 9A0.1 – 18h – 21h – Tối thứ 6 – 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:Ngày học:

Các con lưu ý chuẩn bị compa để vẽ đường tròn.

A. Lý thuyết

- Mối quan hệ giữa Dây cung và đường kính
- Liên hệ giữa Dây và khoảng cách từ tâm đến Dây
- Vị trí tương đối giữa đường thẳng và đường tròn
- Tiếp tuyến của đường tròn
- Vị trí tương đối của 2 đường tròn

B. Bài tập vận dụng:

Câu 1. Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O; R). Gọi M là trung điểm BC. Giả sử O nằm trong tam giác AMC hoặc O nằm giữa A và M. Gọi I là trung điểm AC. Chứng minh rằng

- Chứng minh $MA + MC > OA + OC$
- Chu vi tam giác IMC lớn hơn $2R$
- Chu vi tam giác ABC lớn hơn $4R$

Câu 2. Cho đường tròn (O ; R) và một điểm A cố định trên đường tròn, B là một điểm di động trên đường tròn. Gọi M là một điểm trên AB sao cho $AM = \frac{2}{3} AB$. Chứng minh rằng khi B di động trên đường tròn (O) thì M di động trên một đường tròn cố định.

Câu 3. Cho đường tròn (O ; 3 cm) và một điểm A di động trên đường tròn. Vẽ đoạn thẳng $AB \perp OA$ và $AB = a$. Gọi H là hình chiếu của A trên OB và G là trọng tâm của tam giác AOB.

- Khi $a = 4$ cm thì điểm B và điểm H di động trên đường nào?
- Xác định giá trị của a để điểm G di động trên đường tròn (O ; 3 cm).

Câu 4. Cho ba điểm A, B, C bất kì và đường tròn (O) bán kính 1. Chứng minh rằng tồn tại điểm M nằm trên đường tròn (O) sao cho: $MA + MB + MC \geq 3$.

Câu 5. Cho (O;25cm), dây $AB = 40$ cm. Vẽ dây CD song song với AB và có khoảng cách đến AB bằng 22cm. Tính độ dài dây CD

Câu 6. Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp (O). M là điểm bất kỳ thuộc cung BC không chứa A. Gọi D, E lần lượt là điểm đối xứng với M qua AB, AC. Tìm vị trí của M để DE có độ dài lớn nhất.

Câu 7. Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính AD. Trên nửa đường tròn lấy 2 điểm B và C. Biết $AB = BC = 2\sqrt{5}$ cm, $CD = 6$ cm. Tính bán kính đường tròn.

Câu 8. Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính AB, dây CD ($CD < AB$). Các đường vuông góc với CD tại C và D cắt AB tương ứng tại M và N. Chứng minh rằng $AM = BN$.

Câu 9. Cho đường tròn (O), dây AB và dây CD, $AB < CD$. Giao điểm K của các đường thẳng AB, CD nằm ngoài đường tròn. Đường tròn (O ; OK) cắt KA và KC tại M và N. Chứng minh rằng $KM < KN$.

Câu 10. Cho đường tròn tâm O bán kính 25cm. Hai dây AB, CD song song với nhau và có độ dài theo thứ tự bằng 40cm, 48cm. Tính khoảng cách giữa hai dây ấy.

Câu 11. Cho tam giác ABC có hai đường cao BD và CE cắt nhau tại H.

a) Chứng minh rằng bốn điểm A, D, H, E cùng nằm trên một đường tròn (gọi tâm của nó là O).

b) Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh rằng ME là tiếp tuyến của đường tròn (O).

Câu 12. Cho đường tròn (O; R) đường kính AB. Vẽ dây AC sao cho $\widehat{CAB} = 30^0$. Trên tia đối của tia BA, lấy điểm M sao cho $BM = R$. Chứng minh rằng MC là tiếp tuyến của đường tròn (O).

Câu 13. Cho đường tròn (O), điểm A nằm bên ngoài đường tròn. Dùng thước và compa, hãy dựng các điểm B và C thuộc đường tròn (O) sao cho AB và AC là các tiếp tuyến của đường tròn (O).