BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ NGÀY 13.08

Tài liệu lớp học trực tiếp 9A0.1 – 18h – 21h15 – Tối thứ 6 – 23/26 Nguyên Hồng

Họ và tên: ....Ngày học: ....

ĐẠI SỐ

Câu 1: Viết phương trình đường thẳng (d):

a) Đi qua điểm $A(1;2)$ và $B(3;4)$.

b) Đi qua điểm $C(1;1)$ và có hệ số góc là 5.

c) Đi qua điểm $D(0;1)$ và song song với $(d'): y=3x-1$.

d) Đi qua điểm $E(0,3)$ và vuông góc với $y=-x$.

HD:

a) Đường thẳng $(d): y=ax+b$ đi qua $A(1;2)$ và $B(3;4)$ nên ta tọa độ của $A;B$ thỏa mãn phương trình $y=ax+b$, ta có:

$\begin{cases}2=a.1+b\\4=a.3+b\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=1\\b=1\end{cases}$, đường thẳng (d) có dạng: $y=x+1$.

b) Đường thẳng $(d): y=ax+b$ có hệ số góc là 5 nên $a=5$, đi qua $C(1;1)$ nên $1=a.1+b=5.1+b\Rightarrow b=-4$. Vậy ta có phương trình đường thẳng (d) là $y=5x-4$.

c) Đường thẳng $(d): y=ax+b$ song song với $(d'): y=3x-1$ nên $a=3$, đi qua điểm $D(0;1)$ nên $1=a.0+b=b\Rightarrow b=1$. Vậy phương trình đường thẳng (d) là $y=3x+1$.

d) Đường thẳng $(d): y=ax+b$ vuông góc với $(d'): y=-x$ nên $a.-1=-1\Rightarrow a=1$, đi qua điểm $E(0,3)$ nên $3=a.0+b\Rightarrow b=3$.

Vậy phương trình đường thẳng $(d): y=x+3$.

Câu 2: Cho hàm số $y=mx+(3m-1)$ có đồ thị là đường thẳng (d).

a) Xác định m để đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ.

b) Tìm tọa độ điểm cố định mà mọi đường thẳng (d) đều đi qua với mọi m.

HD:

a) Ta có: Đường thẳng (d) đi qua $O(0;0)$ nên $0=m.0+3m-1\Rightarrow m=\frac{1}{3}$.

Vậy với $m=\frac{1}{3}$ thì đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ.

b) Đường thẳng (d) đi qua $I(x_I, y_I)$ với mọi m khi

$y_I = mx_I + (3m-1)\ \forall m \Leftrightarrow (x_I+3).m - (y_I+1) = 0\ \forall m$

$\Leftrightarrow x_I = -3; y_I = -1 \Rightarrow I(-3;-1)$.

Vậy $I(-3;-1)$ là điểm mà mọi đường thẳng (d) đều đi qua.

Câu 3: Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hai hàm số $y=(m+4)x+11$ và $y = x+m^2+2$ cắt nhau tại một điểm trên trục tung.

HD:

Để đường thẳng $y=(m+4)x+11$ và $y=x+m^2+2$ cắt nhau tại một điểm trên trục tung: $x=0$

$$\Rightarrow \begin{cases} a \neq a' \\ b = b' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+4 \neq 1 \\ 11 = m^2+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -3 \\ m^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -3 \\ \left[\begin{array}{l} m = 3(tm) \\ m = -3(ktm). \end{array}\right. \end{cases}$$

Vậy với $m=3$ thì hai đường thẳng cắt nhau tại một điểm trên trục tung.

Câu 4: Cho hai đường thẳng $(d): y=(m-2)x+m$ và $(\Delta): y=-4x+1$

a) Tìm m để (d) song song với (Δ).

b) Chứng minh đường thẳng (d) luôn đi qua điểm $A(-1;2)$ với mọi m.

c) Tìm tọa độ điểm B thuộc (Δ) sao cho AB vuông góc với (Δ).

HD:

a) Để đường thẳng $(d): y=(m-2)x+m$ song song với $(\Delta): y=-4x+1$ thì: $\begin{cases} m-2=-4 \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m=-2$.

b) Thay tọa độ điểm $A(-1;2)$ vào phương trình đường thẳng $(d): y=(m-2)x+m$

Ta có: $(m-2).(-1)+m=2$ (thỏa mãn) $\Rightarrow (d)$ luôn đi qua điểm $A(-1;2)$ với mọi m.

c) Phương trình đường thẳng AB vuông góc với (Δ) có hệ số góc là k là:

$y=k(x+1)+2\,(k\neq 0) \Leftrightarrow y=kx+2+k$

Vì đường thẳng AB vuông góc với (Δ) nên $k.(-4)=-1 \Leftrightarrow k=\frac{1}{4}$.

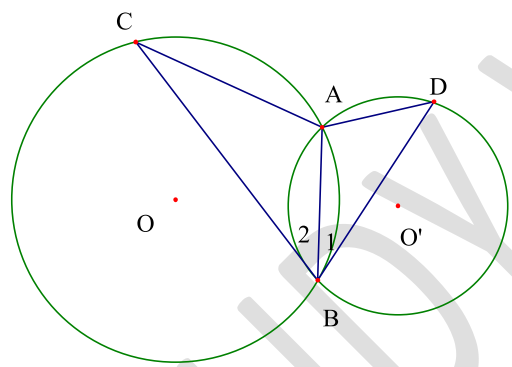
$\Rightarrow$phương trình đường thẳng AB là: $y=\frac{1}{4}x+\frac{9}{4}$

Do đó, tọa độ điểm B là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} y=\frac{1}{4}x+\frac{9}{4} \\ y=-4x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\frac{5}{17} \\ x=\frac{37}{17} \end{cases}, \text{ vậy } B\left(\frac{-5}{17};\frac{37}{17}\right).$$

Câu 11. Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A và B. Vẽ dây BC của đường tròn (O) tiếp xúc với đường tròn (O'). Vẽ dây BD của đường tròn (O') tiếp xúc với đường tròn (O). Chứng minh $\dfrac{BC}{BD}=\sqrt{\dfrac{AC}{AD}}$.

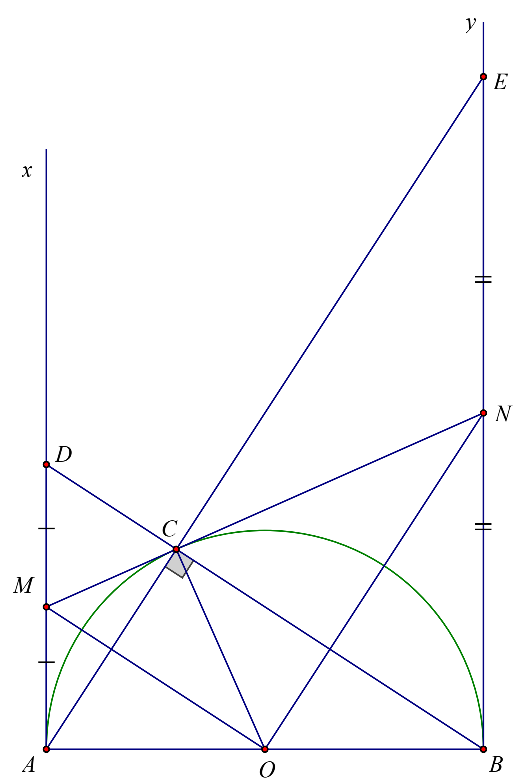
HD:



Từ $\Delta ABC \sim \Delta ADB \Rightarrow \dfrac{AB}{AD}=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{BC}{BD} \Rightarrow \dfrac{BC}{BD}.\dfrac{BC}{BD}=\dfrac{AB}{AD}.\dfrac{AC}{AB} \Rightarrow \left(\dfrac{BC}{BD}\right)^2=\dfrac{AC}{AD} \Rightarrow \dfrac{BC}{BD}=\sqrt{\dfrac{AC}{AD}}$.

Câu 12. Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB. Trên cùng nửa mặt phẳng chứa nửa đường tròn, vẽ các tia tiếp tuyến Ax, By với nửa đường tròn. Trên nửa đường tròn lấy điểm C. Các tia BC và AC lần lượt cắt Ax, By tại D và E. Gọi M và N theo thứ tự là trung điểm của AD và BE. Chứng minh rằng MN là tiếp tuyến của nửa đường tròn (O).

HD:



Xét tam giác ACB có: $OC=\dfrac{1}{2}AB$ nên tam giác ACB vuông tại C (tính chất)

Xét tam giác ECB vuông tại C có N là trung điểm của B nên $CN=BN=\dfrac{1}{2}BE$ (tính chất đường trung bình trong tam giác vuông)

Xét ΔOCN và ΔOBN có:

$CN=BN$ (cmt)

$OC=OB=R$

ON chung

Nên $\Delta OCN = \Delta OBN\,(c.c.c) \Rightarrow \widehat{OCN} = \widehat{OBN} = 90^0$

Chứng minh tương tự, ta có: $\widehat{OCM} = \widehat{OAM} = 90^0$

Ta có: $\widehat{OCM} + \widehat{OCN} = 90^0 + 90^0 = 180^0$ nên 3 điểm M, C, N thẳng hàng

Mà $OC \perp MN$ (vì $\widehat{OCM} = 90^0$) nên MN là tiếp tuyến của (O) tại C.

Câu 13. Cho AB là đường kính của đường tròn $(O;R)$. C là một điểm thay đổi trên đường tròn (C khác A và B), kẻ CH vuông góc với AB tại H. Gọi I là trung điểm của AC, OI cắt tiếp tuyến tại A của đường tròn $(O;R)$ tại M, MB cắt CH tại K.

a. Chứng minh 4 điểm C, H, O, I cùng thuộc một đường tròn

b. Chứng minh MC là tiếp tuyến của $(O;R)$.

c. Chứng minh K là trung điểm của CH.

d. Xác định vị trí của C để chu vi tam giác ACB đạt giá trị lớn nhất? Tìm giá trị lớn nhất đó theo R.

HD:

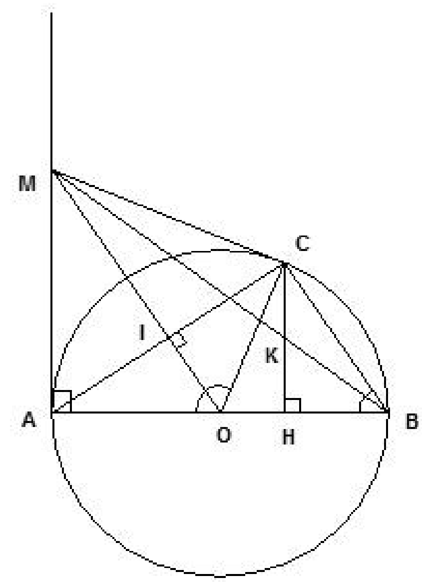
a. Chứng minh 4 điểm C, H, O, I cùng thuộc một đường tròn

Ta có $OI \perp AC \Rightarrow \Delta\, OIC$ vuông tại $I \Rightarrow I$ thuộc đường tròn đường kính OC

$CH \perp AB$ (gt) suy ra tam giác CHO vuông tại $H \Rightarrow H$ thuộc đường tròn đường kính OC

$\Rightarrow$ 4 điểm C, H, O, I cùng thuộc một đường tròn đường kính OC

b. Chứng minh MC là tiếp tuyến của $(O;R)$.



Ta có góc AOM và góc COM bằng nhau

Suy ra $\Delta AOM = \Delta COM$

Nên $MC \perp CO$

Suy ra MC là tiếp tuyến của $(O;R)$.

c. Chứng minh K là trung điểm của CH.

$\Delta\, MAB$ có $KH // MA$ (cùng vuông góc AB)

$\Rightarrow \dfrac{KH}{AM} = \dfrac{HB}{AB} \Rightarrow KH = \dfrac{AM.HB}{AB} = \dfrac{AM.HB}{2R}$ (1)

Ta có $CB // MO$ (cùng vuông góc AC)

$\Rightarrow \widehat{AOM} = \widehat{CBH}$ (đồng vị)

$\Rightarrow \Delta\, MAO$ và $\Delta\, CHB$ đồng dạng $\Rightarrow \dfrac{MA}{CH} = \dfrac{AO}{HB} \Rightarrow CH = \dfrac{AM.HB}{AO} = \dfrac{AM.HB}{R}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $CH = 2KH \Rightarrow CK = KH \Rightarrow K$ là trung điểm của CH

d. Xác định vị trí của C để chu vi tam giác ACB đạt giá trị lớn nhất? Tìm giá trị lớn nhất đó theo R.

Chu vi tam giác ACB là $P_{ACB} = AB + AC + CB = 2R + AC + CB$

Lại có:

$(AC - CB)^2 \geq 0 \Rightarrow AC^2 + CB^2 \geq 2AC.CB \Rightarrow 2AC^2 + 2CB^2 \geq AC^2 + CB^2 + 2AC.CB$

$2(AC^2 + CB^2) \geq (AC + CB)^2 \Rightarrow AC + CB \leq \sqrt{2(AC^2 + CB^2)} \Rightarrow AC + CB \leq \sqrt{2AB^2}$ (Pitago)

$AC + CB \leq \sqrt{2.4R^2} \Rightarrow AC + CB \leq 2R\sqrt{2}$.

Đẳng thức xảy ra khi $AC = CB \Leftrightarrow M$ là điểm chính giữa của cung AB

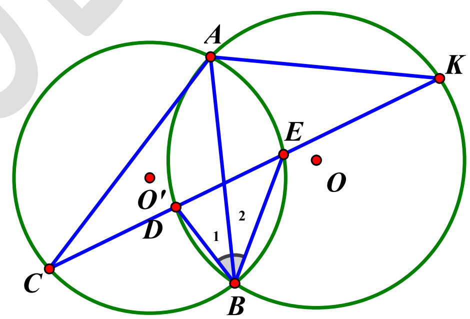
Suy ra: $P_{ACB} \leq 2R + 2R\sqrt{2} = 2R(1 + \sqrt{2})$, dấu "=" xảy ra khi M là điểm chính giữa cung AB

Vậy $P_{ACB} = 2R(1 + \sqrt{2})$ đạt được khi M là điểm chính giữa của cung AB .

Câu 14. Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A và B. Một đường thẳng cắt hai đường tròn đó tại 4 điểm C, D, E, K theo thứ tự trên đường thẳng ấy. Chứng minh rằng: $\widehat{CAK} + \widehat{DBE} = 180^0$.

HD:

Kẻ dây chung AB.



Ta có: $\widehat{B_2} = \widehat{C}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AE trong đường tròn (O'))

$\widehat{B_1} = \widehat{K}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AD trong đường tròn (O))

$\Rightarrow \widehat{B_2} + \widehat{B_1} = \widehat{C} + \widehat{K}$, tức là: $\widehat{DBE} = \widehat{C} + \widehat{K}$

Mặt khác :

$\widehat{CAK} + \widehat{C} + \widehat{K} = 180^0$ (Tổng 3 góc trong một tam giác)

$\Rightarrow \widehat{CAK} + \widehat{DBE} = 180^0$.