

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9
BÀI TOÁN BIẾN ĐỔI SIN, COS, TAN, COT
Tài liệu lớp học zoom 9.1 – 18h – 21h15 – Tối thứ 5 – 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:Ngày học:

2. Dạng 2: Chứng minh đẳng thức các tỉ số lượng giác

Câu 7. Chứng minh rằng:

a) $\frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$

b) $\frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha} + \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\cos \alpha}$

Câu 8. Chứng minh các đẳng thức sau:

a) $\frac{1}{1 + \operatorname{tg} \alpha} + \frac{1}{1 + \operatorname{cot} \alpha} = 1$

b) $\sin^4 x - \cos^4 x = 2\sin^2 x - 1$

Câu 9. Chứng minh các đẳng thức sau:

a) $\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} = \operatorname{tg}^2 x + \operatorname{cotg}^2 x + 2$

b) $\frac{1 + \sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} = 1 + 2\operatorname{tg}^2 \alpha$

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9
ĐƯỜNG TRÒN

Tài liệu lớp học zoom 9.1 – 18h – 21h15 – Tối thứ 5 – 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:Ngày học:

A. Lí thuyết:

* Tính chất đường tròn:

+ Các điểm trên đường tròn cách tâm O một khoảng R: $(O; R)$, O là tâm đối xứng của đường tròn.

Các điểm không thuộc đường tròn:.....

+ Dây:

- Đường kính: 2R, qua tâm, là trục đối xứng, là dây lớn nhất.

- Quan hệ vuông góc giữa dây và bán kính:

Định lí: Trong một đường tròn, đường kính vuông góc với một dây thì đi qua trung điểm của dây đó và ngược lại: Đường kính đi qua trung điểm của dây (không đi qua tâm) thì vuông góc với dây.

Chú ý:

+ Qua ba điểm không thẳng hàng A, B, C ta vẽ được một đường tròn duy nhất có tâm là giao điểm ba đường trung trực của $\triangle ABC$.

+ Qua hai điểm A, B cho trước ta vẽ được vô số đường tròn có tâm nằm trên đường trung trực của đoạn AB.

+ Không vẽ được đường tròn nào đi qua ba điểm thẳng hàng.

*** Chứng minh các điểm thuộc đường tròn:**

+ Ta chỉ ra điểm cách đều các điểm đó.

+ Dấu hiệu nhận biết nhanh: Tam giác vuông, trung điểm cạnh huyền là tâm.

Chú ý: Tâm đường tròn ngoại tiếp

+ Tam giác đều là giao 3 đường: trung trực, phân giác, đường cao, trung tuyến.

+ Hình chữ nhật, hình vuông: Là giao 2 đường chéo.

+ Tam giác vuông: Là trung điểm cạnh huyền.

B. Bài tập vận dụng:

Câu 1. Cho tam giác nhọn ABC. Vẽ (O) có đường kính BC, cắt AB và AC lần lượt tại D,E.

a) Chứng minh CD, BE là đường cao của tam giác ABC.

b) Gọi K là giao CD, BE. Chứng minh $AK \perp BC$.

Câu 2. Cho tam giác đều ABC có cạnh là a. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC theo a.

Câu 3. Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính AB, dây CD không cắt BC, ($CD < AB$).

a) Các đường vuông góc với CD tại C và D cắt AB tương ứng tại M và N.

Chứng minh rằng $AM = BN$.

b) Hạ AP, BQ lần lượt vuông góc với đường thẳng CD. Chứng minh $CP = DQ$.

Câu 4. Cho (O) đường kính AB. Dây CD cắt đường kính AB tại I. Gọi M,N là hình chiếu của A, B lên CD. Chứng minh $CM = DN$.

Câu 5. Cho đường tròn (O; R) đường kính AB. Gọi M là một điểm nằm trên AB (điểm M khác O). Qua M vẽ dây CD vuông góc với AB. Lấy điểm E đối xứng với A qua M.

a) Tứ giác ACED là hình gì? Vì sao?

b) Giả sử $R = 6\text{cm}$; $MA = 4\text{cm}$. Tính CD.

c) Gọi H và K lần lượt là hình chiếu của M trên CA và CB. Chứng minh: $MH.MK = \frac{MC^3}{2R}$

Câu 6. Cho (O;25cm), dây $AB = 40\text{cm}$. Vẽ dây CD song song với AB và có khoảng cách đến AB bằng 22cm. Tính độ dài dây CD

Câu 7. Cho tứ giác ABCD có $\hat{C} + \hat{D} = 90^\circ$. Gọi M,N,P,Q lần lượt là trung điểm của AB,BD,DC,CA. Chứng minh 4 điểm M,N,P,Q cùng thuộc một đường tròn. Tìm tâm đường tròn đó

Câu 8. Cho hình vuông ABCD. Gọi M là trung điểm BC,N là điểm thuộc đường chéo AC sao cho $AN = \frac{1}{4}AC$. Chứng minh 4 điểm M,N,C,D nằm trên cùng một đường tròn

Câu 9. Cho hình thang vuông ABCD có $\hat{A} = \hat{B} = 90^\circ$. $BC = 2AD = 2a$, Gọi H là hình chiếu vuông góc của B lên AC; M là trung điểm của HC. Tìm tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BDM

Câu 10. Cho hình chữ nhật ABCD, kẻ BH vuông góc với AC. Trên AC,CD ta lấy các điểm M,N sao cho $\frac{AM}{AH} = \frac{DN}{DC}$. Chứng minh 4 điểm M,B,C,N nằm trên một đường tròn.

BTVN:

Câu 11. Tam giác cân ABC tại A, nội tiếp (O). Đường cao AH cắt (O) tại D.

a) Vị sao AD là đường kính của (O).

b) Tính \widehat{ACD} .

c) Cho $BC = 24cm$; $AC = 20cm$. Tính AH và bán kính (O).

Câu 12. Cho hình thoi ABCD có $\widehat{A} = 60^\circ$ cạnh 6cm, O là giao 2 đường chéo. Gọi E,F,G,H lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA . Chứng minh 6 điểm thuộc một đường tròn, chỉ ra tâm và bán kính.

Câu 13. Cho tam giác ABC, các đường cao BD,CE. Chứng minh

a) B,C,D,E thuộc 1 đường tròn.

b) $DE < BC$.

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9
LIÊN HỆ GIỮA PHÉP CHIA VÀ PHÉP KHAI PHƯƠNG
Tài liệu lớp học zoom 9.1 – 18h – 21h15 – Tối thứ 5 – 23/26 Nguyễn Hồng

Trắc nghiệm kiến thức

Câu 1. Nếu $\sqrt{a^2} = -a$ thì:

- A. $a \geq 0$ B. $a \leq 0$ C. $a > 0$ D. Mọi $a \in \mathbb{R}$

Câu 2. Kết quả rút gọn biểu thức $-\frac{\sqrt{x^2}}{x}$ với $x > 0$ là

- A. $-x$ B. -1 C. 1 D. x

Câu 3. Kết quả khử mẫu của biểu thức $\sqrt{\frac{2}{5}}$ là

- A. $\frac{4}{25}$ B. $\frac{\sqrt{10}}{5}$ C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{2\sqrt{10}}{5}$

Câu 4. Rút gọn $\sqrt{6+2\sqrt{5}} - \sqrt{6-2\sqrt{5}}$ được

- A. 2 B. $2\sqrt{5}$ C. $\sqrt{5}$ D. 1

Câu 5. Rút gọn $\sqrt{\frac{x-2\sqrt{x-1}}{x-1+2\sqrt{x-2}}}$ với $x > 2$, được

- A. $\frac{-\sqrt{x-1}+1}{\sqrt{x-2}+1}$ B. $\frac{\sqrt{x-1}-1}{\sqrt{x-2}+1}$ C. $\frac{\sqrt{x-1}-1}{\sqrt{x-2}-2}$ D. $\frac{\sqrt{x-1}-1}{\sqrt{x-2}-2}$

LIÊN HỆ GIỮA PHÉP CHIA VÀ PHÉP KHAI PHƯƠNG (tiếp)

3. Dạng 3: Giải phương trình

PP giải:

Áp dụng $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$, ($A \geq 0, B > 0$)

$$\sqrt{A^2} = |A|$$

$$|A| = B \Leftrightarrow \begin{cases} A = B \\ A = -B \end{cases} \text{ (với } B \geq 0)$$

Câu 8. Tìm x biết

a) $\sqrt{3x^2} - \sqrt{12} = 0$

b) $\frac{x^2}{\sqrt{5}} = \sqrt{20}$

Câu 9. Tìm x biết

a) $2\sqrt{\frac{x-1}{4}} - 3 = 2\sqrt{\frac{4x-4}{9}} - \frac{1}{3}$

b) $\sqrt{4x-20} + 3\sqrt{\frac{x-5}{9}} - \frac{1}{3}\sqrt{9x-45} = 4$

Câu 10. Tìm x biết

a) $\sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = 4$

b) $\sqrt{x-1+2\sqrt{x-2}} = 2$

c) $\sqrt{4x-3-4\sqrt{x-1}}$

d) $\sqrt{9x-8-6\sqrt{x-1}} = 4$

Câu 11. Tìm nghiệm của các phương trình

a) $x + 3\sqrt{xy} = 0$ (với $x \geq 0$)

b) $x\sqrt{y} - y\sqrt{x} = 0$

c) $x - \sqrt{x} - \sqrt{xy} + \sqrt{y} = 0$

4. Dạng 4: Chứng minh BĐT

Câu 12.

a) Cho $a > 0$, chứng minh $9\sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}} \geq 6$.

b) Tìm GTNN của $4a + \frac{1}{a-4}$, với $a > 4$

Câu 13.

a) Tìm GTNN của $\sqrt{x-1} + \frac{4}{\sqrt{x-1}+1}$, với $x \geq 1$.

b) Tìm GTNN của $2\sqrt{x+1} + \frac{1}{\sqrt{x+1}-2}$, với $x > 3$.

Câu 14.

a) Cho $a, b \geq 0$, chứng minh $\sqrt{\frac{a+b}{2}} \geq \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{2}$

b) Cho $a, b > 0$. Chứng minh $\sqrt{a} + \sqrt{b} \leq \frac{a}{\sqrt{b}} + \frac{b}{\sqrt{a}}$.

BTVN:

Câu 15. Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{\frac{2x-3}{x-1}} = 2$

b) $\frac{9x-7}{\sqrt{7x+5}} = \sqrt{7x+5}$

c) $\sqrt{\frac{x-3}{2x+1}} = 2$

Câu 16. Chứng minh rằng: $\frac{x^2+2}{\sqrt{x^2+1}} \geq 2$

Câu 17. Tìm giá trị lớn nhất (hoặc nhỏ nhất) của biểu thức sau:

a) $A = \frac{x+3}{\sqrt{x+2}}$

b) $B = \frac{2x}{(\sqrt{x+1})^2}$

c) $C = \frac{\sqrt{x}-1-9x}{\sqrt{x}}$

d) $D = \frac{a+b}{4\sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{ab}}{a+b}$ với $a > 0, b > 0$