# BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9

## HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ NGÀY 27.08

Tài liệu lớp học trực tiếp 9A0.1 – 18h – 21h15 – Tối thứ 6 – 23/26 Nguyên Hồng

**Họ và tên: ..........................................................Ngày học: .................................................................**

**ĐẠI SỐ**

**Câu 9**. Cho đường thẳng $d_m:\ y=\frac{m^2-1}{2m}x+\frac{2m+1}{m}, m\neq 0$ và $A(1;2)$.

a) Tính khoảng cách từ A đến $d_m$.

b) Chứng minh họ đường thẳng $d_m$ luôn tiếp xúc với 1 đường tròn cố định.

HD:

a) Phương trình đường thẳng $\Delta_m$ vuông góc với đường thẳng $d_m:\ y=\frac{m^2-1}{2m}x+\frac{2m+1}{m}, m\neq 0$ có dạng:

$$y=\frac{-2m}{m^2-1}x+b, m\neq 0$$

$\Delta_m$ đi qua $A(1;2)\Rightarrow y_A=\frac{-2m}{m^2-1}x_A+b\Rightarrow 2=\frac{-2m}{m^2-1}.1+b\Rightarrow b=2-\frac{-2m}{m^2-1}=\frac{2m^2+2m-2}{m^2-1}$

$$\Rightarrow (\Delta_m): y=\frac{-2m}{m^2-1}x+\frac{2m^2+2m-2}{m^2-1}$$

Gọi $I(x_I,y_I)$ là giao điểm của của $d_m$ và $\Delta_m$.

$$\Rightarrow \begin{cases} y_I=\frac{m^2-1}{2m}x_I+\frac{2m+1}{m} \\ y_I=\frac{-2m}{m^2-1}x_I+\frac{2m^2+2m-2}{m^2-1} \end{cases} \Rightarrow \frac{m^2-1}{2m}x_I+\frac{2m+1}{m}=\frac{-2m}{m^2-1}x_I+\frac{2m^2+2m-2}{m^2-1}$$

$$\Rightarrow x_I=\frac{2}{m^2+1}\Rightarrow y_I=\frac{m^2-1}{2m}x_I+\frac{2m+1}{m}=\frac{m^2-1}{2m}.\frac{2}{m^2+1}+\frac{2m+1}{m}=\frac{2\left(m^2+m+1\right)}{m^2+1}$$

$$\Rightarrow I\left(\frac{2}{m^2+1};\frac{2\left(m^2+m+1\right)}{m^2+1}\right)$$

$$\Rightarrow AI=\sqrt{\left(\frac{2}{m^2+1}-1\right)^2+\left(\frac{2\left(m^2+m+1\right)}{m^2+1}-2\right)^2}=1$$

b) Vì A cố định và khoảng cách từ A đến họ đường thẳng $d_m$ là 1 nên họ đường thẳng $d_m$ luôn tiếp xúc với 1 đường tròn tâm A bán kính 1.

**Câu 10**. Cho hai đường thẳng $(d_1): y = x + m + 2$ $(1)$ và $(d_2): y = 2x - 3m - 1$ $(2)$

a) Tìm tọa độ giao điểm A của $d_1; d_2$

b) Chứng minh khi m thay đổi, điểm A luôn di chuyển trên một đường thẳng cố đinh.

HD:

a) Gọi $A(x_{A,} y_A)$ là giao điểm của của $d_1; d_2$.

$\Rightarrow$ Tọa độ của A thỏa mãn $(1)$, $(2)$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_A + m + 2 = y_A \\ 2x_A - 3m - 1 = y_A \end{cases} \Rightarrow x_A + m + 2 = 2x_A - 3m - 1$$

$$\Rightarrow x_A = 4m + 3 \Rightarrow y_A = 4m + 3 + m + 2 = 5m + 5$$

Vậy $A(4m + 3; 5m + 5)$

b) Ta có:

$$\begin{cases} x_A = 4m + 3 \\ y_A = 5m + 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = (x_A - 3) : 4 \\ m = (y_A - 5) : 5 \end{cases} \Rightarrow \frac{x_A - 3}{4} = \frac{y_A - 5}{5} \Rightarrow y_A - 5 = \frac{5}{4}.(x_A - 3)$$

$\Rightarrow y_A = \frac{5}{4}x_A + \frac{5}{4}$ là đường thẳng cố định.

**Câu 11**. Tìm khoảng cách từ điểm $A(2;3)$ đến đường thẳng $(d): y = 2x + 3$

HD:

Phương trình đường thẳng (d’) vuông góc với đường thẳng (d): $y = 2x + 3$ có dạng: $y = \frac{-1}{2}x + b$

(d’) đi qua $A(2;3) \Rightarrow y_A = \frac{-1}{2}x_A + b \Rightarrow 3 = \frac{-1}{2}.2 + b \Rightarrow b = 4 \Rightarrow (d'): y = \frac{-1}{2}x + 4$

Gọi $I(x_{I,} y_I)$ là giao điểm của của $d_1; d_2$.

$$\Rightarrow \begin{cases} y_I = 2x_I + 3 \\ y_I = \frac{-1}{2}x_I + 4 \end{cases} \Rightarrow x_I = \frac{2}{5}; y_I = \frac{19}{5} \Rightarrow I\left(\frac{2}{5}; \frac{19}{5}\right)$$

$$AI = \sqrt{\left(2 - \frac{2}{5}\right)^2 + \left(3 - \frac{19}{5}\right)^2} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$$

Vậy khoảng cách từ điểm $A(2;3)$ đến đường thẳng $(d): y = 2x + 3$ là $\frac{4\sqrt{5}}{5}$

**HÌNH HỌC**

**Câu 11.** Cho tam giác $ABC$ nhọn nội tiếp đường tròn $(O)$. Vẽ phân giác trong $AD$ của góc $A$ $(D(O))$. Lấy điểm $E$ thuộc cung nhỏ $AC$. Nối $BE$ cắt $AD$ và $AC$ lần lượt tại $I$ và $K$, nối $DE$ cắt $AC$ tại $J$. Chứng minh rằng:

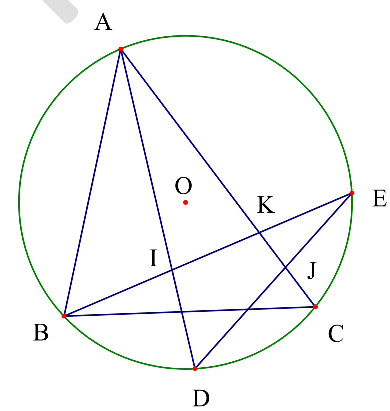
a) $\widehat{BID} = \widehat{AJE}$

b) $AI.JK = IK.EJ$

**HD:**

a. Ta có: $\widehat{BID}$ là góc có đỉnh nằm bên trong đường tròn $(O)$ chắn hai cung $BD$ và $AE$ nên

$\widehat{BID} = \frac{1}{2}\left(sđ\ \overset{\frown}{BD} + sđ\ \overset{\frown}{AE}\right)$




$\widehat{AJE}$ là góc có đỉnh nằm bên trong đường tròn $(O)$ chắn hai cung $CD$ và $AE$ nên

$\widehat{AJE} = \frac{1}{2}(sđ\overset{\frown}{CD} + sđ\overset{\frown}{AE})$

Mà $AD$ là phân giác góc $A$ nên $\overset{\frown}{BD} = \overset{\frown}{CD} \Rightarrow \widehat{BID} = \widehat{AJE}$

b. Xét $\Delta AIK$ và $\Delta EJK$ có:

$\widehat{AKI} = \widehat{EKJ}$ (Đối đỉnh)

$\widehat{IAK} = \widehat{KEJ}$ (hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau $\overset{\frown}{BD}$ và $\overset{\frown}{CD}$ )

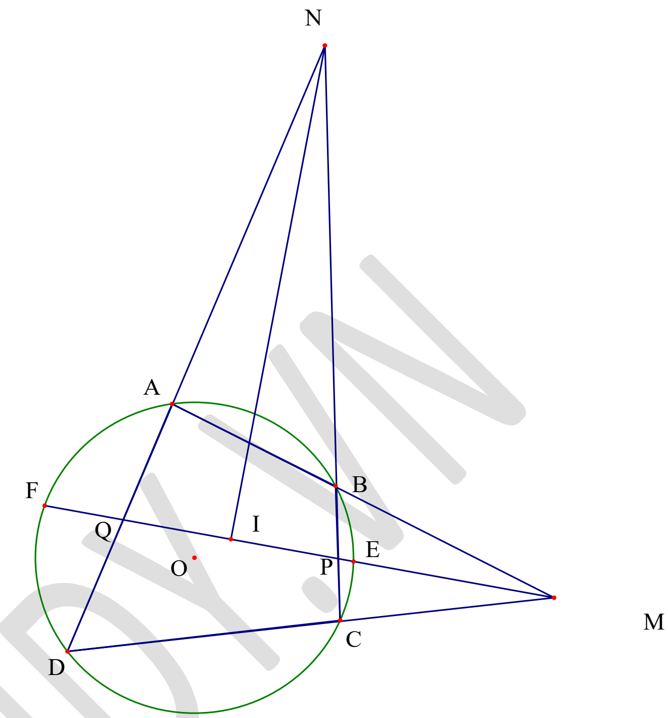
Suy ra $\Delta AIK \sim \Delta EJK (g.g) \Rightarrow \frac{AI}{EJ} = \frac{IK}{JK} \Rightarrow AI.JK = IK.EJ$.

**Câu 12.** Cho tứ giác $ABCD$ có $A;B;C;D$ nằm trên đường tròn $(O)$ ; $AB$ và $CD$ cắt nhau tại $M$ ; $AD$ và $BC$ cắt nhau tại $N$.

a) Tính số đo các góc của tứ giác $ABCD$ nếu $\widehat{AMD} = 30^0; \widehat{BND} = 40^0$

b) Hai tia phân giác của góc $M$ và góc $N$ cắt nhau tại $I$. Chứng minh $IM \perp IN$

**HD:**




a) Trong đường tròn $(O)$: $\widehat{DAB}=\frac{1}{2}sđ\ \overset{\frown}{BCD}$ ;

$\widehat{DCB}=\frac{1}{2}sđ\ \overset{\frown}{BAD}$

$\Rightarrow \widehat{DAB}+\widehat{DCB}=\frac{1}{2}\left(sđ\ \overset{\frown}{BCD}+sđ\ \overset{\frown}{BAD}\right)=180^0$

Xét $\Delta CND$ có $\widehat{N}+\widehat{D}+\widehat{C}=180^0$ (1)

Xét $\Delta AMD$ có $\widehat{A}+\widehat{D}+\widehat{M}=180^0$ (2)

$\Rightarrow \widehat{M}+\widehat{N}+\widehat{A}+\widehat{C}+2\widehat{D}=360^0$

$\Leftrightarrow 30^0+40^0+180^0+2\widehat{D}=360^0 \Rightarrow \widehat{D}=55^0$

Thay vào (1) $\widehat{C}=85^0$

Thay vào (2) $\widehat{A}=95^0$. Do đó $\widehat{B}=125^0$

a. Giả sử $MI$ cắt $(O)$ tại hai điểm $E$ và $F$ ; cắt $NC, ND$ lần lượt tại $P$ và $Q$ .

Vì $MI$ là phân giác của góc $M$ nên $\widehat{AMF}=\widehat{DMF}$

Mà $\widehat{AMF}=\frac{1}{2}(sđ\,\overset{\frown}{AF}-sđ\ \overset{\frown}{BE})$, $\widehat{DMF}=\frac{1}{2}\left(sđ\ \overset{\frown}{DF}-sđ\,\overset{\frown}{CE}\right)$

$\Rightarrow sđ\,\overset{\frown}{AF}-sđ\ \overset{\frown}{BE}=sđ\ \overset{\frown}{DF}-sđ\ \overset{\frown}{CE}$

$\Rightarrow sđ\ \overset{\frown}{BE}+sđ\ \overset{\frown}{DF}=sđ\,\overset{\frown}{AF}+sđ\ \overset{\frown}{CE}$

$\Rightarrow sđ\ \overset{\frown}{BE}+sđ\,\overset{\frown}{DF}+sđ\,\overset{\frown}{DC}=sđ\,\overset{\frown}{AF}+sđ\,\overset{\frown}{CE}+sđ\,\overset{\frown}{DC}$ (cộng hai vế với $sđ\ \overset{\frown}{DC}$ )

$\Rightarrow \widehat{NQP}=\widehat{NPQ}\Rightarrow \Delta NPQ$ cân tại $N$

Mặt khác, $NI$ là phân giác của góc $N$ ; suy ra $NI\perp PQ$ hay $MI\perp NI$

**Câu 13.** Cho $AB$ là đường kính của đường tròn $(O;R)$. $C$ là một điểm thay đổi trên đường tròn ($C$ khác $A$ và $B$), kẻ $CH$ vuông góc với $AB$ tại $H$. Gọi $I$ là trung điểm của $AC, OI$ cắt tiếp tuyến tại $A$ của đường tròn $(O;R)$ tại $M, MB$ cắt $CH$ tại $K$.

a) Chứng minh 4 điểm $C, H, O, I$ cùng thuộc một đường tròn

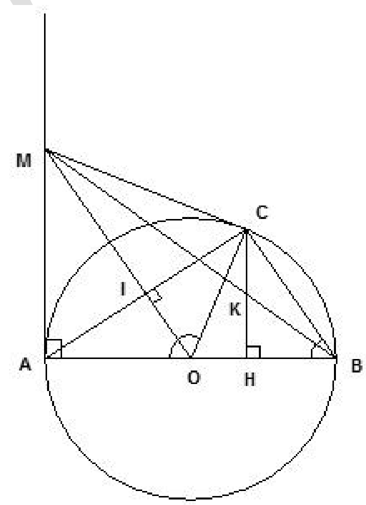
b) Chứng minh $MC$ là tiếp tuyến của $(O;R)$.

c) Chứng minh $K$ là trung điểm của $CH$.

d) Xác định vị trí của $C$ để chu vi tam giác $ACB$ đạt giá trị lớn nhất? Tìm giá trị lớn nhất đó theo $R$.

HD:

a) Chứng minh 4 điểm $C, H, O, I$ cùng thuộc một đường tròn




Chứng minh $OI \perp AC$.

$\Rightarrow \Delta\ OIC$ vuông tại $I \Rightarrow I$ thuộc đường tròn đường kính $OC$

$CH \perp AB$ (gt) suy ra tam giác $CHO$ vuông tại $H \Rightarrow H$ thuộc đường tròn đường kính $OC$

$\Rightarrow$ Chứng minh 4 điểm $C, H, O, I$ cùng thuộc một đường tròn đường kính $OC$

b) Chứng minh $MC$ là tiếp tuyến của $(O;R)$.

Chứng minh góc $AOM$ và góc $COM$ bằng nhau

Chứng minh $\Delta AOM = \Delta COM$

Chứng minh $MC \perp CO$

Su ra $MC$ là tiếp tuyến của $(O;R)$.

a. Chứng minh $K$ là trung điểm của $CH$.

$\Delta\ MAB$ có $KH // MA$ (cùng vuông góc $AB$) $\Rightarrow \dfrac{KH}{AM} = \dfrac{HB}{AB} \Rightarrow KH = \dfrac{AM.HB}{AB} = \dfrac{AM.HB}{2R}$ (1)

Chứng minh $CB // MO$ (cùng vuông góc AC) $\Rightarrow \widehat{AOM} = \widehat{CBH}$ (đồng vị)

Chứng minh $\Delta\ MAO$ và $\Delta\ CHB$ đồng dạng $\Rightarrow \frac{MA}{CH}=\frac{AO}{HB} \Rightarrow CH=\frac{AM.HB}{AO}=\frac{AM.HB}{R}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $CH=2KH \Rightarrow CK=KH \Rightarrow K$ là trung điểm của $CH$

b. Xác định vị trí của $C$ để chu vi tam giác $ACB$ đạt giá trị lớn nhất? Tìm giá trị lớn nhất đó theo $R$ .

Chu vi tam giác $ACB$ là $P_{ACB}=AB+AC+CB=2R+AC+CB$

Lại có:

$$\left(AC-CB\right)^2 \geq 0 \Rightarrow AC^2+CB^2 \geq 2AC.CB \Rightarrow 2AC^2+2CB^2 \geq AC^2+CB^2+2AC.CB$$

$$2\left(AC^2+CB^2\right) \geq \left(AC+CB\right)^2 \Rightarrow AC+CB \leq \sqrt{2\left(AC^2+CB^2\right)} \Rightarrow AC+CB \leq \sqrt{2AB^2} \text{ (Pitago)}$$

$$AC+CB \leq \sqrt{2.4R^2} \Rightarrow AC+CB \leq 2R\sqrt{2}.$$

Đẳng thức xảy ra khi $AC=CB \Leftrightarrow C$ là điểm chính giữa của cung $AB$

Suy ra: $P_{ACB} \leq 2R+2R\sqrt{2}=2R\left(1+\sqrt{2}\right)$, dấu "=" xảy ra khi $C$ là điểm chính giữa cung $AB$

Vậy $P_{ACB}=2R\left(1+\sqrt{2}\right)$ đạt được khi $C$ là điểm chính giữa của cung $AB$ .