

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9
ĐƯỜNG TRÒN (TIẾP)

Tài liệu lớp học zoom 9.1 – 18h – 21h15 – Tối thứ 5 – 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:Ngày học:

Câu 1. Cho hình vuông ABCD. Gọi M là trung điểm BC, N là điểm thuộc đường chéo AC sao cho $AN = \frac{1}{4}AC$. Chứng minh 4 điểm M, N, C, D nằm trên cùng một đường tròn.

Câu 2. Cho hình chữ nhật ABCD, kẻ BH vuông góc với AC. Trên AC, CD ta lấy các điểm M, N sao cho $\frac{AM}{AH} = \frac{DN}{DC}$. Chứng minh 4 điểm M, B, C, N nằm trên một đường tròn.

Câu 3. Cho hình thoi ABCD, đường trung trực của cạnh AB cắt BD tại E và cắt AC tại F. Chứng minh E và F là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và ABD

Câu 4. Cho đường tròn (O; R). Vẽ 2 dây AB và CD vuông góc với nhau. Chứng minh rằng:

$$S_{ACBD} \leq 2R^2.$$

Câu 5. Cho hình thang cân ABCD (AB // CD). Chứng minh rằng tồn tại một đường tròn đi qua các đỉnh A, B, C, D.

Câu 6. Cho tam giác ABC cân tại A ($\angle A < 90^\circ$), đường cao BD. Đường tròn đường kính AC cắt AB tại E (E khác A). Chứng minh rằng BEDC là hình thang cân.

Câu 7. Cho đường tròn (O; R) đường kính AB. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của OA, OB. Qua M, N lần lượt vẽ các dây CD và IJ song song với nhau (C và I cùng nằm trên một nửa đường tròn đường kính AB).

a) Chứng minh tứ giác CDIJ là hình chữ nhật.

b) Giả sử CD và IJ cùng tạo với AB một góc nhọn 30° . Tính diện tích hình chữ nhật CDJI.

BTVN

Câu 8. Cho hình vuông ABCD, O là giao điểm của hai đường chéo, $OA = \sqrt{2}cm$. Vẽ đường tròn tâm A bán kính 2cm. Trong năm điểm A, B, C, D, O điểm nào nằm trên đường tròn? Điểm nào nằm trong đường tròn? Điểm nào nằm ngoài đường tròn?

Câu 9. Cho tam giác đều ABC, trục tâm H, cạnh a

a) Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là điểm nào?

b) Tính bán kính của đường tròn đó theo a

c) Gọi K là điểm đối xứng với H qua BC. Xác định vị trí tương đối của điểm K và đường tròn đó.

Câu 10. Tam giác ABC cân tại A; $BC = 12\text{cm}$; đường cao $AH = 4\text{cm}$. Tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

VINASTUDY.VN

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9
LUYỆN TẬP LIÊN HỆ PHÉP NHÂN, CHIA VÀ KHAI PHƯƠNG
Tài liệu lớp học zoom 9.1 – 18h – 21h15 – Tối thứ 5 – 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:Ngày học:

4. Dạng 4: Chứng minh BĐT

Câu 1. Tìm GTNN của

a) $A = \sqrt{x-1} + \frac{4}{\sqrt{x-1}+1}$, với $x \geq 1$.

b) $B = \frac{x+\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}}$ với $x \geq 0$.

Câu 2. Tìm GTNN của

a) $A = 4\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}-1}$ với $x > 1$.

b) $B = 2\sqrt{x+1} + \frac{1}{\sqrt{x+1}-2}$, với $x > 3$.

Câu 3.

a) Cho $a, b \geq 0$, chứng minh $\sqrt{\frac{a+b}{2}} \geq \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{2}$

b) Cho $a, b > 0$. Chứng minh $\sqrt{a} + \sqrt{b} \leq \frac{a}{\sqrt{b}} + \frac{b}{\sqrt{a}}$.

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9
RÚT GỌN BIỂU THỨC CĂN BẬC HAI CHỮA CHỮ
Tài liệu lớp học zoom 9.1 – 18h – 21h15 – Tối thứ 5 – 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:Ngày học:

Trình tự thực hiện bài toán rút gọn:

- Bước 1: Tìm điều kiện xác định: Biểu thức trong căn không âm và mẫu thức khác 0
- Bước 2: Phân tích tử thức và mẫu thức của mỗi phân thức thành tích và rút gọn (nếu có thể)
- Bước 3: Quy đồng và tính toán như với các phân thức
- Bước 4: Rút gọn biểu thức cuối cùng.

Kiến thức liên quan

- Bất đẳng thức
- Phương trình, Bất phương trình bậc nhất một ẩn

1. Dạng 1: Rút gọn biểu thức chứa căn và tính giá trị của biểu thức

Câu 1. Cho $A = \frac{x}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{1}{\sqrt{x}+2}$

a) Rút gọn A

b) Tính giá trị của A biết $|x-1|=5$

Câu 2. Cho $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6} \right) : \left(1 - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \right)$

a) Rút gọn B

b) Tính giá trị của A, biết $x = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$

2. Dạng 2: Rút gọn biểu thức chứa căn và tìm x thỏa mãn phương trình, bất phương trình, bất đẳng thức

Câu 3. Cho biểu thức: $B = \left(\frac{1}{3-\sqrt{x}} - \frac{1}{3+\sqrt{x}} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}}$. Rút gọn biểu thức B và tìm tất cả các giá trị

nguyên của x để $B > \frac{1}{2}$.

Câu 4. Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1}$ và $B = \frac{3\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}-3} - \frac{2}{\sqrt{x}+3}$ với $x \geq 0, x \neq 1$. Tìm tất cả giá trị

của x để $\frac{A}{B} \geq \frac{x}{4} + 5$.

Câu 5. Cho $A = \left(\frac{1}{x-1} + \frac{3\sqrt{x}+5}{x\sqrt{x}-x-\sqrt{x}+1} \right) \left[\frac{(\sqrt{x}+1)^2}{4\sqrt{x}} - 1 \right]$

a) Rút gọn A.

b) Đặt $B = (x - \sqrt{x} + 1)A$. Chứng minh rằng $B > 1$ với $x > 0, x \neq 1$.

3. Dạng 3: Rút gọn biểu thức chứa căn và bài toán số học

Câu 6. Cho $A = \left(\frac{6x+4}{3\sqrt{3x^3}-8} - \frac{\sqrt{3x}}{3x+2\sqrt{3x}+4} \right) \left(\frac{1+3\sqrt{3x^3}}{1+\sqrt{3x}} - \sqrt{3x} \right)$

a) Rút gọn A

b) Tìm x nguyên để A có giá trị nhỏ nhất.

Câu 7. Cho biểu thức $P = \frac{x^2 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} - \frac{2x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{2(x-1)}{\sqrt{x}-1}$.

a) Rút gọn P.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của P.

c) Tìm x để biểu thức $Q = \frac{2\sqrt{x}}{P}$ nhận giá trị là số nguyên.

4. Dạng 4: Rút gọn biểu thức chứa căn và bài toán bất đẳng thức, GTLN, GTNN

Câu 8. Cho biểu thức: $P = \left(\frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{2}$. Với $x > 0, x \neq 1$.

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm x để $P = \frac{2}{7}$.

c) So sánh: P^2 và $2P$.

Câu 9. Cho biểu thức: $P = \left(1 + \frac{\sqrt{x}}{x+1} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}}{x\sqrt{x} + \sqrt{x} - x - 1} \right) - 1$

a) Tìm điều kiện của x để biểu thức P có nghĩa và rút gọn biểu thức P.

b) Tìm x để $P \leq 0$.

c) Tìm x để \sqrt{P} đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 10. Cho hai biểu thức: $P = \frac{x+4\sqrt{x}+13}{3\sqrt{x}+1}$ và $Q = \frac{3\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} - \frac{12\sqrt{x}+4}{x-4}$ với $x > 0, x$ khác 4.

a) Tính giá trị của P khi $x = 9$

b) Rút gọn biểu thức Q

c) Tìm giá trị x để biểu thức $P \cdot Q$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 11. Cho $A = \frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} + \frac{x-6\sqrt{x}+4}{x-4}$ ($x \geq 0, x \neq 4$)

a) Rút gọn A

b) Tính giá trị của A, khi $x = 9 + 4\sqrt{5}$

Câu 12. Cho $A = \left(\frac{\sqrt{x}}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}-2}{2}$ ($x \geq 0; x \neq 4$)

- a) Rút gọn A
- b) Tìm x để $A = \frac{2\sqrt{x}-3}{6}$

Câu 13. Cho biểu thức $B = \left(\frac{x\sqrt{x} + x + \sqrt{x}}{x\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}+3}{1-\sqrt{x}} \right) \cdot \frac{x-1}{2x+\sqrt{x}-1}$

- a) Rút gọn.
- b) Tìm tất cả các giá trị của x để $B < 0$.

Câu 14. Cho $P = \frac{\sqrt{x}+1}{x-1} - \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1}$ với $x \geq 0; x \neq 1$.

- a) Rút gọn P.
- b) Tính P biết $x = \frac{4}{\sqrt{2}+1} + \frac{4}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{4}{2+\sqrt{3}}$.
- c) Tìm x nguyên để P nguyên.

Câu 15. Cho biểu thức: $P = \left(\frac{4\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}} + \frac{8x}{4-x} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} - \frac{2}{\sqrt{x}} \right)$

- a) Rút gọn P
- b) Tính giá trị của P khi $x = 17 - 12\sqrt{2}$
- c) Tìm giá trị nhỏ nhất của $Q = (\sqrt{x}-3)P + 4\sqrt{x-1}$

Câu 16. Cho biểu thức: $A = \left(\frac{x+2\sqrt{x}+4}{x\sqrt{x}-8} + \frac{x+2\sqrt{x}+1}{x-1} \right) : \left(3 + \frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{2}{\sqrt{x}+1} \right)$

- a) Rút gọn A.
- b) Tìm giá trị của x để $A > 0$.
- c) Tìm x để $A > 1$.