BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ NGÀY 10.09

Tài liệu lớp học trực tiếp 9A0.1 – 18h – 21h15 – Tối thứ 6 – 23/26 Nguyên Hồng

Họ và tên: ....Ngày học: ....

ĐẠI SỐ

Câu 5. Cho hệ phương trình $\begin{cases}(m-1)x-my=3m-1\\2x-y=m+5.\end{cases}$

Xác định tất cả các giá trị của tham số m để hệ có nghiệm duy nhất (x; y) mà $S=x^2+y^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

HD:

$$\begin{cases}(m-1)x-my=3m-1\\2x-y=m+5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(m-1)x-m(2x-m-5)=3m-1\\y=2x-m-5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(m+1)x=(m+1)^2\\y=2x-m-5.\end{cases}$$

Với $m\neq -1$ thì hệ phương trình có nghiệm duy nhất $x=m+1,\ y=m-3$.

Ta có: $S=(m+1)^2+(m+3)^2=2(m-1)^2+8\geq 8$.

Suy ra S đạt giá trị nhỏ nhất bằng 8 khi và chỉ khi $m=1$

Câu 4. Giải hệ phương trình $\begin{cases}x^2+y^2=2x^2y^2\\(x+y)(1+xy)=4x^2y^2.\end{cases}$

HD:

- Hệ phương trình có nghiệm $x=y=0$.
- Xét $x\neq 0, y\neq 0$ hệ phương trình tương đương với:

$$\begin{cases}x^2+y^2=2x^2y^2\\(x+y)(1+xy)=4x^2y^2.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{y^2}=2\\\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}\right)\left(1+\dfrac{1}{xy}\right)=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{y^2}=2\ (1)\\\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}\right)\left(2+\dfrac{2}{xy}\right)=8(2)\end{cases}$$

Thay (1) vào (2) ta thu được:

$$\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)^3=8\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=2\\\dfrac{1}{xy}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{1}{x}=2-\dfrac{1}{y}\\\dfrac{1}{x}.\dfrac{1}{y}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{1}{x}=2-\dfrac{1}{y}\\\left(2-\dfrac{1}{y}\right)\dfrac{1}{y}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{1}{x}=2-\dfrac{1}{y}\\\dfrac{1}{y^2}-\dfrac{2}{y}+1=0\end{cases}\Leftrightarrow x=y=1.$$

HÌNH HỌC

Câu 9. Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn (O). Trên cung $\overset{\frown}{BC}$ không chứa A ta lấy điểm P bất kỳ (P khác B và P khác C). Các đoạn PA và BC cắt nhau tại Q.

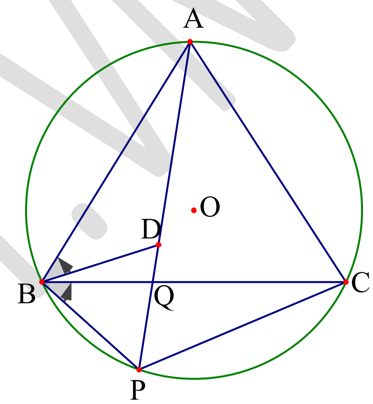
a) Giả sử D là một điểm trên đoạn PA sao cho $PD = PB$. Chứng minh rằng ΔPDB đều.

b) Chứng minh rằng $PA = PB + PC$.

HD:

a) Trước tiên ta nhận thấy rằng tam giác PBD cân tại P.

Mặt khác, $\widehat{BPD} = \widehat{BPA} = \widehat{BCA} = 60^0$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{AB}$ của đường tròn (O)).



Vậy nên tam giác PDB đều.

b) Ta đã có $PB = PD$, vậy để chứng minh $PA = PB + PC$ ta sẽ chứng minh $DA = PC$.

Thật vậy, xét hai tam giác BPC và BDA có:

$BA = BC$ (giả thiết), $BD = BP$ (do tam giác BPD đều).

Lại vì $\widehat{ABD} + \widehat{DBC} = 60^0$, $\widehat{PBC} + \widehat{DBC} = 60^0$ nên $\widehat{ABD} = \widehat{PBC}$.

Từ đó suy ra $\Delta BPC = \Delta BDA$ (c.g.c) $\Rightarrow$ $DA = PC$.

Khi đó: $PA = DA + DP = PC + PB$ (đpcm).

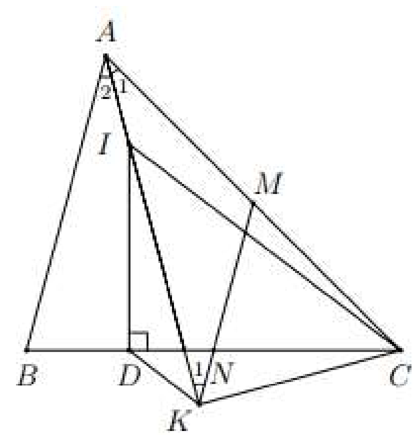
Câu 10. Cho tam giác nhọn $ABC(AB < AC)$ có M, N tương ứng là trung điểm của AC, BC. Từ một điểm I bất kì thuộc phân giác góc A (I trong tam giác ABC) kẻ ID vuông góc với BC. Đường thẳng MN cắt đường thẳng AI tại K. Chứng minh tứ giác $IDKC$ nội tiếp.

HD:

+) ΔABC có: $MA = MC, NB = NC \Rightarrow MN$ là đường trung bình của ΔABC, suy ra

$MN // AB \Rightarrow \widehat{K_1} = \widehat{A_2}$, mà $\widehat{A_2} = \widehat{A_1}$ (tính chất phân giác)

$\Rightarrow \widehat{K_1} = \widehat{A_1}$ hay ΔMAK cân tại $M \Rightarrow MK = MA = \frac{1}{2}AC$.

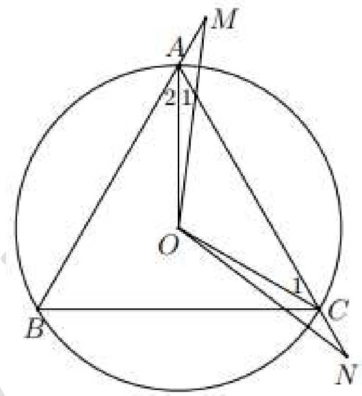


+) ΔAKC có KM là trung tuyến, $KM = \frac{1}{2}AC$ nên ΔAKC vuông tại K hay $\widehat{AKC} = 90^0$.

Vậy $\widehat{IDC} = \widehat{IKC} = 90 \Rightarrow$ tứ giác $IDKC$ nội tiếp (đường tròn đường kính IC).

Câu 11. Cho tam giác ABC cân tại A, nội tiếp đường tròn (O). Trên tia đối của AB, CA lần lượt lấy hai điểm M, N sao cho $AM = CN$. Chứng minh tứ giác $MAON$ nội tiếp.

HD:



Ta có: ΔABC cân tại A nên AO là tia phân giác $\widehat{BAC}$ hay $\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$.

Lại có: ΔOAC cân tại O nên

$\widehat{C_1} = \widehat{A_1} \Rightarrow \widehat{C_1} = \widehat{A_2} \Rightarrow 180^0 - \widehat{C_1} = 180^0 - \widehat{A_2} \Leftrightarrow \widehat{OCM} = \widehat{OAM}$.

$\Delta OAM, \Delta OCN$ có:

$\widehat{OAM} = \widehat{OCN}, OA = OC, AM = CN \Rightarrow \Delta OAM = \Delta OCN$

$\Rightarrow \widehat{OMA} = \widehat{ONC}$ hay $\widehat{OMA} = \widehat{ONA}$ nên tứ giác $MAON$ nội tiếp.